

# 多目的最適化手法に基づく動的量子化器の設計

室巻孝郎<sup>1</sup>・南裕樹<sup>2</sup>

要旨：本研究では、離散値入力システムに対する動的量子化器の設計について、多目的最適化手法を用いたアプローチを検討する。動的量子化器の性能を評価するため、2つの評価指標：(i) 量子化器が結合された離散値入力システムの出力と量子化器を含まない理想的なシステムの出力との差異、(ii) 量子化器の入出力ゲイン、を考える。本研究では、これら2つの指標に基づき、動的量子化器の設計を多目的最適化問題として定式化した。最適化手法は PSO (Particle Swarm Optimization) アルゴリズムを用いた。最適化の結果、2つの指標間のトレードオフ関係を確認すると共に、一方の指標が指定された条件下での性能限界を確認することができた。

キーワード：多目的最適化、動的量子化器、離散値入力、MOPSO、重み係数法

## 1. はじめに

システムに組み込まれるアクチュエータが ON/OFF 型のものである場合や、制御対象と制御器がデジタル通信路で結ばれている場合、D/A コンバータを使用する場合などでは、制御対象の入力が離散値に制限される。このような離散値入力システムの設計は一般に難しい問題であるが、連続値信号を離散値信号に変換する量子化器を用いることで、その問題を解決することができる。具体的には、まず、Fig. 1 (a) のフィードバックシステム（理想システム）が所望の性能を達成するように、連続値入力の制御対象  $P$  に対して、制御器  $K$  を設計する。そして、Fig. 1 (b) のように、制御対象と制御器の間に適切な量子化器を挿入する。この方法の場合、離散値入力システムの設計に対して、従来の線形制御理論を用いて設計した制御器をそのまま使用できるというメリットがある。このような背景から、量子化器の設計に関する研究が近年盛んに行われている<sup>1)~7)</sup>。

これまでの先行研究で、量子化器の設計に関する報告がなされているが、その中でも、文献<sup>6)</sup>では、「量子化器が結合された離散値入力システム (Fig. 1 (b)) の出力と量子化器を含まない理想システム (Fig. 1 (a)) の出力をできるだけ近くする」という意味で最適な動的量子化器を与えている。また、文献<sup>7)</sup>では、メタヒューリスティクスを用いた動的量子化器の設計を行っている。とくにそこでは、制御対象への入力が過大にならないようにするため、量子化器の入出力のゲインに制約条件を付加した設計問題を定式化している。以上を整理すると、先行

研究では、以下の2つの評価指標に注目して設計を行っていた。

- 離散値入力システムと理想システムの出力差
- 量子化器の入出力ゲイン

前者は、量子化誤差による性能劣化を、後者は、制御対象への入力パワーの大きさに対応する。この2つの評価指標は、良い量子化器を設計するための重要な情報であるにもかかわらず、それらの相互関係については議論されていなかった。たとえば、2つの評価指標の間に Fig. 2 に示すような関係があった場合、出力の差異を小さくしようとするれば入出力ゲインが大きくなり、逆に入出力ゲインを小さくしようとするれば出力の差異が大きくなることがわかる。このため、指定された入出力ゲインの下では、出力の差異を一定値以下に抑えることができないこともわかる。さらに、Fig. 2 の(a), (b) のような関係性の違いも重要になる。(a) の場合、中央付近では2つの指標の関係が緩やかに変化しているため、出力の偏差を少し小さくしようとする場合、入出力ゲインは少し増加するだけであることがわかる。これに対し、(b) の場合、出力の偏差を少し小さくしようすると、入出力ゲインが急に増加する場面があることがわかる。これらの相互関係が明らかになれば、量子化器の設計者に有益な設計指針を与えることができる。

そこで本研究では、出力の差異と入出力ゲインの2つの項目に関する多目的最適化問題を定式化する。多目的最適化問題を解く手法はメタヒューリスティクスの1つである PSO (Particle Swarm Optimization) アルゴリズムである。多目的最適化問題を解くことにより、2つの指標の間の関係を明らかにする。また、いくつかの数値計算例を通して設計した量子化器の応答について議論する。

[表記]  $\mathbf{R}, \mathbf{R}_+$  は、それぞれ、実数の集合、正の実

1 舞鶴工業高等専門学校 機械工学科 助教  
2 奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 助教

数の集合を表す. また, 離散時間信号列  $e(t)$  の  $\infty$  ノルムを以下のように定義する.

$$\|e\|_{\infty} := \sup_t \|e(t)\|_{\infty} \quad (1)$$

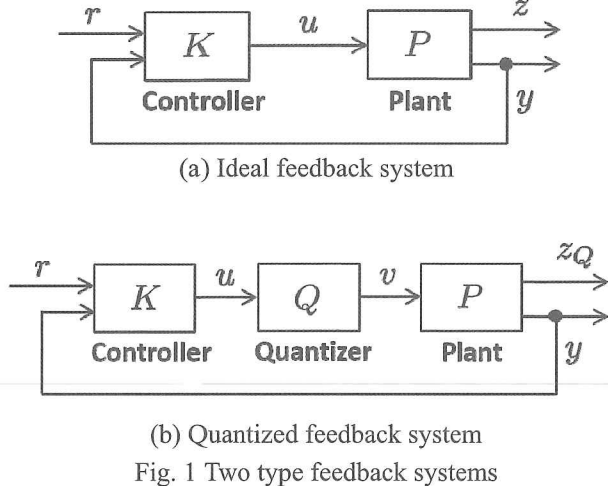


Fig. 1 Two type feedback systems

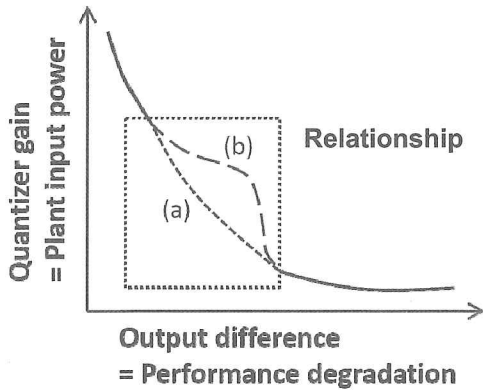


Fig. 2 Performance limitation of quantizer

## 2. 量子化器の設計問題

### 2. 1 フィードバックシステムと動的量子化器

Fig. 1 (b)に示す離散値入力システム  $\Sigma_Q$  を考える. 制御対象  $P$  と制御器  $K$  は, 離散時間線形システム

$$P: \begin{cases} x_p(t+1) = A_p x_p(t) + B_p v(t) \\ z_Q(t) = C_{1p} x_p(t) \\ y(t) = C_{2p} x_p(t) \end{cases} \quad (2)$$

$$K: \begin{cases} x_k(t+1) = A_k x_k(t) + B_{1k} r(t) + B_{2k} y(t) \\ u(t) = C_k x_k(t) + D_{1k} r(t) + D_{2k} y(t) \end{cases} \quad (3)$$

である. ここで,  $x_p \in \mathbf{R}^{n_p}$ ,  $x_k \in \mathbf{R}^{n_k}$ ,  $n_p + n_k = n$  は状態,  $r \in \mathbf{R}^p$ ,  $v \in \mathbf{R}^m$  は入力,  $z_Q \in \mathbf{R}^{l_1}$ ,  $u \in \mathbf{R}^m$ ,  $y \in \mathbf{R}^{l_2}$  は出力,  $t$  は離散時間を表している. また,  $A_p \in \mathbf{R}^{n_p \times n_p}$ ,  $B_p \in \mathbf{R}^{m \times n_p}$ ,  $C_{1p} \in \mathbf{R}^{l_1 \times n_p}$ ,

$C_{2p} \in \mathbf{R}^{l_2 \times n_p}$ ,  $A_k \in \mathbf{R}^{n_k \times n_k}$ ,  $B_{1k} \in \mathbf{R}^{n_k \times p}$ ,  $B_{2k} \in \mathbf{R}^{n_k \times l_2}$ ,  $C_k \in \mathbf{R}^{m \times n_k}$ ,  $D_{1k} \in \mathbf{R}^{m \times p}$ ,  $D_{2k} \in \mathbf{R}^{m \times l_2}$  は定数行列である. また, 状態  $x_p$  と  $x_k$  を合せて  $x = [x_p^T \ x_k^T]^T$  とする. 初期状態は,  $x_0 \in \mathbf{R}^n$  によって  $x(0) = x_0$  と与えられる. 一方, 量子化器  $Q$  については, 次式で与えられる動的量子化器を使用する.

$$Q: \begin{cases} \xi(t+1) = A_Q \xi(t) + B_Q (v(t) - u(t)) \\ v(t) = q[C_Q \xi(t) + u(t)] \end{cases} \quad (4)$$

ここで,  $\xi \in \mathbf{R}^{n_q}$ ,  $u \in \mathbf{R}^m$ ,  $v \in \mathbf{V}^m$  は, 量子化器の状態, 入力, 出力を表している. なお,  $\mathbf{V}^m$  は量子化間隔  $d \in \mathbf{R}_+$  に対して  $\{0, \pm d, \pm 2d, \dots\}^m$  で与えられる離散値の集合を表している. また,  $A_Q \in \mathbf{R}^{n_q \times n_q}$ ,  $B_Q \in \mathbf{R}^{n_q \times m}$ ,  $C_Q \in \mathbf{R}^{m \times n_q}$  は定数行列である. 関数  $q: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{V}^m$  は一様な静的量子化器であり, Fig. 3 のような階段状のグラフで表される. 量子化器の初期状態は  $\xi(0) = 0$  と設定される.

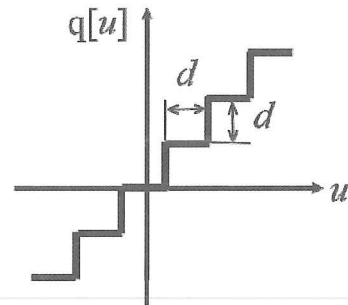


Fig. 3 Static uniform quantizer

### 2. 2 評価指標の設定

量子化器の良し悪しを評価する指標の1つは, 制御対象の出力のふるまいである. システム  $\Sigma_Q$  や Fig. 1 (a) のシステム  $\Sigma_I$  において, 時間区間  $\{0, 1, \dots, T-1\}$  に対応した出力  $z_Q$  と  $z$  のふるまいが何らかの意味で近ければ良い量子化器とすることができる. そこで, Fig. 4 に示すような誤差システムを考え, その出力を  $e$  とおく. すなわち, 出力差  $e$  を以下のように定義する.

$$e := z_Q - z \quad (5)$$

そして, 出力のふるまいの近さを評価するため, 出力差  $e$  を用いて以下の評価指標を設定する.

$$E(Q) := \sup_{(x_0, r)} \|e\|_\infty \quad (6)$$

この指標は、Fig. 5 に示すように、最悪ケースの出力差  $e$  を意味している。したがって、 $E(Q)$  が小さくなる量子化器  $Q$  を設計することにより、 $z_Q$  と  $z$  の振る舞いを近くすることができる。

この評価関数  $E(Q)$  の区間  $[0, T-1]$  における最大値（上界値）は、システム  $K, P$  および量子化器  $Q$  のパラメータを用いて

$$E(Q) \leq \left\| \sum_{t=0}^{T-1} \mathbf{abs}(\tilde{C}\tilde{A}'\tilde{B}) \right\|_\infty \frac{d}{2} \quad (7)$$

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} C_{1p} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_p + B_p D_{2k} C_{2p} & B_p C_k & B_p C_Q \\ B_{2k} C_{2p} & A_k & 0 \\ 0 & 0 & A_Q + B_Q C_Q \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

と表される。(7)式の右辺は、初期状態  $x_0$  や外部入力  $r$  に依存しない形で与えられていることに注意する。

つぎに、もう1つの評価指標となる量子化器の入出力ゲインについて説明する。入出力ゲインとは、Fig. 6 に示すように、量子化器への入力  $u$  と量子化器の出力  $v$  の大きさの比を表すものである。制御対象への入力は、アクチュエータの性能やエネルギー効率の観点から小さい方が望ましい。そのため、量子化器の  $v$  の大きさを小さくする、すなわち、量子化器のゲインを小さくすることが求められる。一様な静的量子化器  $q$  で発生する量子化誤差を表す変数  $w \in [-d/2, d/2]^m$  を導入し、量子化器のゲイン  $\|Q_{vw}\|_\infty$  を次式で定義する。

$$\|Q_{vw}\|_\infty := \sup_w \frac{\|v\|_\infty}{\|w\|_\infty} \quad (9)$$

この量子化ゲイン  $\|Q_{vw}\|_\infty$  は、(4)式における量子化器のパラメータ  $A_Q, B_Q, C_Q$  を用いて、評価区間  $[0, T-1]$  の値を次式で計算することができる。

$$\|Q_{vw}\|_\infty = \left\| I + \sum_{t=0}^{T-1} \mathbf{abs}(C_Q(A_Q + B_Q C_Q)' B_Q) \right\|_\infty \quad (10)$$

このゲインを用いると、量子化器の出力  $v$  の最大値と入力  $u$  の最大値の関係が

$$\|v\|_\infty \leq \|u\|_\infty + \|Q_{vw}\|_\infty \frac{d}{2} \quad (11)$$

と表される。したがって、量子化ゲイン  $\|Q_{vw}\|_\infty$  の値を小さくすることにより、量子化器の出力  $v$  の大きさを抑制できる。尚、量子化ゲイン  $\|Q_{vw}\|_\infty$  の値は 1 以上であり、静的量子化器の場合に量子化ゲインの値が 1 になる。

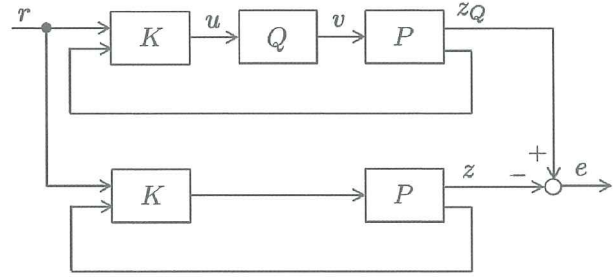


Fig. 4 Error system

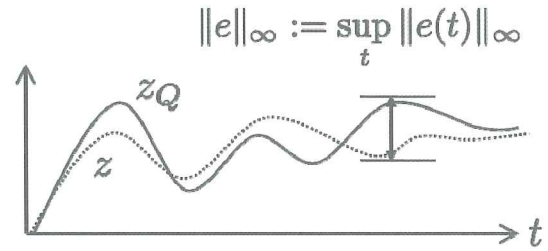


Fig. 5 Maximum output difference

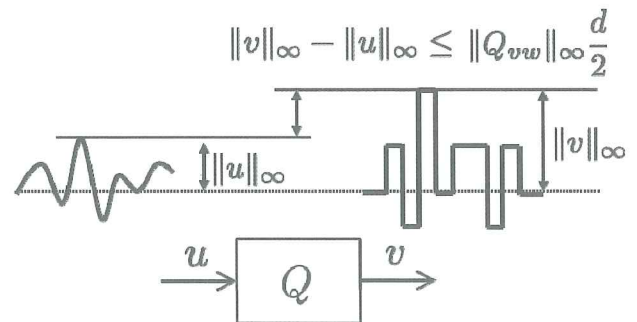


Fig. 6 Input-output gain of quantizer

### 2.3 多目的最適化問題の定式化

前節で説明した、出力差と入出力ゲインに関する評価指標を、

$$J_1 := \left\| \sum_{t=0}^{T-1} \mathbf{abs}(\tilde{C}\tilde{A}'\tilde{B}) \right\|_\infty \frac{d}{2} \quad (12)$$

$$J_2 := \left\| I + \sum_{t=0}^{T-1} \mathbf{abs}(C_Q(A_Q + B_Q C_Q)' B_Q) \right\|_\infty \quad (13)$$

と表す. また, 量子化器  $Q$  のパラメータをまとめて  $\theta := \{A_Q, B_Q, C_Q\}$  と表記する. このとき, 動的量子化器の多目的設計問題は次のようにまとめられる.

問題: システム  $\Sigma_Q$  において, 評価時間  $T$ , 量子化間隔  $d$ , 動的量子化器  $Q$  の次数  $n_q$  が与えられるとする. このとき,  $Q$  が安定であるという条件の下で評価指標  $J_1, J_2$  を共に小さくするパラメータ  $\theta$  を求めよ.

ここで,  $Q$  が安定であるということは,  $A_Q + B_Q C_Q$  のすべての固有値が単位円内に在ることと同値である. また, 上記問題を簡潔に

$$\begin{cases} \text{Minimize} & J_1, J_2 \\ \text{with respect to} & \theta = \{A_Q, B_Q, C_Q\} \\ \text{subject to} & Q \text{ is stable} \end{cases} \quad (14)$$

と表記する. なお, 多目的最適化問題では, 目的関数間にトレードオフ関係が存在するときは, 複数の目的関数を同時に最小化する解は一般には存在せず, パレート解を求めることが重要になる. したがって, Fig. 2 のような相互関係を明確にするには多様な解を得る必要がある.

### 3. 最適化手法

最適化問題(14)を解く最適化手法として PSO (Particle Swarm Optimization) を使用する. PSO は, 確率的な最適化手法の 1 つである. 探索空間上にランダムに配置された複数の粒子が, 互いに相互作用しながら探索空間を動き回ることによって, より良い評価値をもつ場所を探索する手法である. PSO では  $N_e$  個の粒子を用いて, 関数の最適値を探索する. PSO のアルゴリズムについて, 最適化問題(14)の設計変数  $\theta$  を用いて説明する.

$k$  ステップ目の  $i$  番目の粒子の位置と速度を  $\theta_i^k$  および  $\Delta\theta_i^k$  と表す. このとき,  $k+1$  ステップ目の位置と速度は以下の式により更新される.

$$\theta_i^{k+1} = \theta_i^k + \Delta\theta_i^{k+1} \quad (15)$$

$$\Delta\theta_i^{k+1} = \chi_0 \Delta\theta_i^k + \chi_1 \rho_1^k (\theta_{pbest,i}^k - \theta_i^k) + \chi_2 \rho_2^k (\theta_{gbest}^k - \theta_i^k) \quad (16)$$

ここで,  $\chi_0, \chi_1, \chi_2$  は非負の重み係数であり,  $\rho_1^k, \rho_2^k$  は  $[0, 1]$  の一様乱数である. また,  $\theta_{pbest,i}^k$  は  $i$  番目の粒子の  $k$  ステップ目までの探索において最良解が得られた位置,  $\theta_{gbest}^k$  は, 粒子全体での  $k$  ステップ目までの探索において最良解が得られた位置を表している. また, 重み係数  $\chi_0$  については, ステップ数に応

じて以下のように減少するように設定する.

$$\chi_0^k = \chi_{\max} - \frac{\chi_{\max} - \chi_{\min}}{k_{\max}} k \quad (17)$$

ここで,  $\chi_{\max}, \chi_{\min}$  は重み係数  $\chi_0$  の最大値および最小値であり,  $k_{\max}$  は最大ステップ数を表している. 予め設定した回数  $k_{\max}$  に達するまで(15), (16)式の更新を行い, 最終的に得られた  $\theta_{gbest}^{k_{\max}}$  を設計解として出力する.

PSO は単目的関数の最適解を求める最適化手法であるため, そのまま最適化問題(14)を解くことはできない. 多目的最適化問題(14)に PSO を適用するため, MOPSO(multi-objective PSO) を実装する.

MOPSO で重要となるのは, 各粒子が属するグループ内での  $\theta_{gbest}^k$  を決定することである. 粒子  $i$  が属するグループ内の最良解  $\theta_{gbest,i}^k$  はパレート解の中から 1 つ選ばれる. 本研究では, sigma 法<sup>(8)</sup>と呼ばれる手法を用いて  $\theta_{gbest,i}^k$  を決定する. sigma 法では, Fig. 7 に示すように, 原点とパレート解 (Fig. 7 において ■ で示した解) を結ぶ直線を作成し, 各パレート解に対して, 次式の  $\sigma$  値を割り当てる.

$$\sigma = \frac{J_1^2 - J_2^2}{J_1^2 + J_2^2} \quad (18)$$

この  $\sigma$  値は, 同一直線上の粒子であれば共通の値となる. 次に, パレート解ではない劣解についても同様に  $\sigma$  値を計算する.  $i$  番目の粒子は, グループ内で最も近い  $\sigma$  値を持つパレート解を  $\theta_{gbest,i}^k$  として, 更新式(15), (16)により位置の更新を行う. これにより, PSO の基本アルゴリズムに変更を加えることなく, パレート最適解を求めることができる.

sigma 法では, パレート解の両端付近において  $\sigma$  値の差異が小さくなり, 解の探索が滞るおそれがある. 幅広いパレート解作成のため, sigma 法とは別に重み係数法を併用して解を求める. 重み係数法では, 重み係数  $\alpha_i$  を導入して多目的最適化問題を単目的最適化問題に変換する.

$$F = \alpha_1 J_1 + \alpha_2 J_2, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (19)$$

変換された最適化問題(20)は標準的な PSO により解くことができる.

$$\begin{cases} \text{Minimize} & F = \alpha_1 J_1 + \alpha_2 J_2 \\ \text{with respect to} & \theta = \{A_Q, B_Q, C_Q\} \\ \text{subject to} & Q \text{ is stable} \end{cases} \quad (20)$$

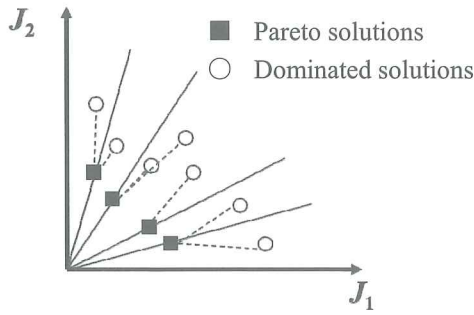


Fig. 7 Best local guide

4. 計算例

4.1 対象システムと計算パラメータの設定

本研究では、文献(7)で示されている以下の2つのシステムを対象に動的量子化器の設計を行う。

(i) 2次のシステム  $P_1$

$$P_1 : \begin{cases} x_p(t+1) = \begin{bmatrix} 1.15 & 0.05 \\ 0 & 0.99 \end{bmatrix} x_p(t) + \begin{bmatrix} 0.003 \\ 0.099 \end{bmatrix} v(t) \\ z(t) = [0.5 \quad 1] x_p(t) \\ y(t) = x_p(t) \end{cases} \quad (21)$$

$$K_1 : u(t) = [-20 \quad -3] y(t) + r(t) \quad (22)$$

(ii) 4次のシステム  $P_2$

$$P_2 : \begin{cases} x_p(t+1) = \begin{bmatrix} 1.039 & 0.118 & 0 & 0 \\ 0.826 & 1.393 & 0 & 0 \\ 0.517 & 0.069 & 0.477 & 0.001 \\ 1.650 & 0.220 & -1.757 & 0.091 \end{bmatrix} x_p(t) + \begin{bmatrix} 0.005 \\ 0.118 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v(t) \\ z(t) = [1 \quad 0.01 \quad 0 \quad 0] x_p(t) \\ y(t) = x_p(t) \end{cases} \quad (23)$$

$$K_2 : u(t) = [0 \quad 0 \quad -9.8 \quad -17.2] y(t) + r(t) \quad (24)$$

各システム共に、量子化間隔  $d=2$  とし、評価時間  $T$  は 100 に設定した。

Table 1 Parameters of optimization

	Parameter	Value
PSO	$\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2$	1.2, 1.2
	$\mathcal{X}_{\min}, \mathcal{X}_{\max}$	0.4, 0.9
MOPSO	number of particles	3000
sigma-method	$k_{\max}$	1000
SOPSO	number of particles	600
weighting sum method	$k_{\max}$	400

最適化手法の各パラメータ値を Table 1 に示す。重み係数法の重み係数については、 $\alpha_1$  の値が 0.50 から 0.01 きざみで 1.00 まで変化させ、51 通りの重みパターンについて最適解を求めた。

4.2 2次のシステムに対する設計結果

2次のシステム  $P_1$  に対し、量子化器  $Q$  を設計した結果について述べる。量子化器の次数  $n_q$  は 2 とした。したがって、設計するパラメータの数は 8 個である。最適化問題(14), (20)を解いて得られた解の評価指標  $J_1, J_2$  の値をプロットしたグラフを Fig. 8 に示す。横軸は出力列の偏差の最大値  $J_1$ 、縦軸は量子化ゲイン  $J_2$  を表している。また、‘○’ は sigma 法で得られた解、‘×’ は重み係数法で得られた解を示している。量子化ゲイン  $J_2$  の最小値は 1 であり、これは静的量子化器に相当する。

得られた解のグラフを見ると、 $J_1$  と  $J_2$  の間にトレードオフの関係が有ることが見てとれる。また、 $J_2$  の値が 1~2.5 の範囲であれば、多様な解が得られているのに対し、 $J_2$  が 2.5 より大きい範囲では解の間隔が空き、種類も少なくなることがわかる。したがって、出力列の偏差の最大値  $J_1$  を一定値以下に抑えたい場合、設定値を小さくしすぎると量子化器のバリエーションが少なくなり、設計の自由度が限定されることになる。

得られた解の中から、 $J_2$  の値が最も小さい解(A)、 $J_1, J_2$  共に小さな解(B)、 $J_1$  の値が最も小さい解(C)の 3 つを選び出した。それぞれの解の設計パラメータ  $A_Q, B_Q, C_Q$  の値を Table 2 に示す。また、初期状態を  $x_0 = [0.3 \quad -0.5]^T$ 、入力列を  $r(t) \equiv 0$  に設定して、時間応答をシミュレーションした結果を Fig. 9 に示す。上段はシステムの入力(量子化器の出力)の時間応答、下段はシステムの入力の時間応答を示している。出力については、赤の実線が離散値入力システム  $\Sigma_Q$  の出力、青の実線が理想システム  $\Sigma_I$  の出力を表している。解(A)では入力小さくなっているが、

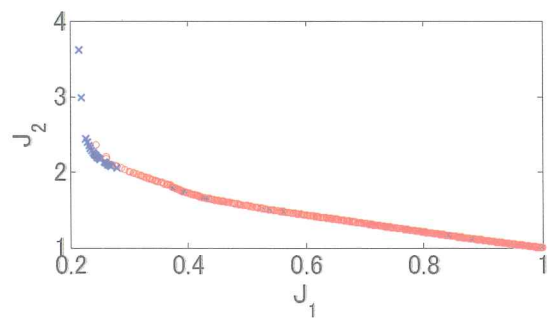


Fig. 8 Distribution of obtained solutions for the system  $P_1 (n_q=2)$

Table 2 Quantizer parameters of obtained solutions

	$A_Q$	$B_Q$	$C_Q$
(A)	$\begin{bmatrix} -0.035 & -0.021 \\ -0.006 & -0.034 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \end{bmatrix}^T$
(B)	$\begin{bmatrix} -0.382 & -0.114 \\ -0.638 & 0.576 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.132 \\ -1.195 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.326 \\ 0.505 \end{bmatrix}^T$
(C)	$\begin{bmatrix} 0.612 & -0.078 \\ 1.540 & 1.171 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.406 \\ 0.867 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1.755 \\ -1.234 \end{bmatrix}^T$

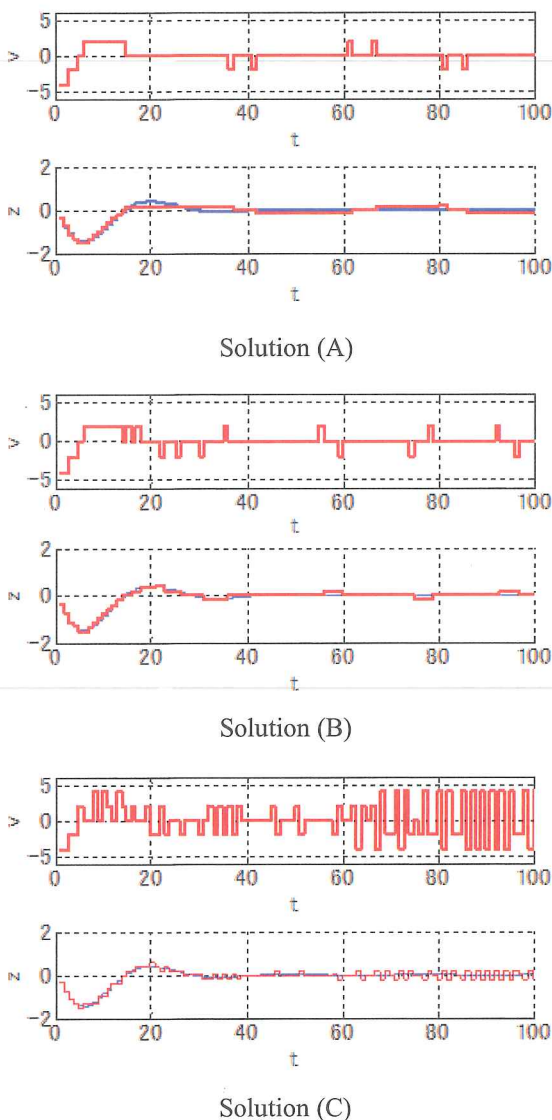


Fig. 9 Performance of dynamic quantizer

出力のふるまいに隔たりがあることがわかる。一方、解(C)では、入力が大きくなる代わりに、出力差が小さくなっている。ただし、今回の例では解(B)と解(C)

の出力列の結果にほとんど差が無いため、量子化ゲインが少なく済む解(B)の方が設計解として好ましいと考えられる。

つぎに、2次のシステム  $P_1$  に対し、量子化器の次数  $n_q$  を 1 とした場合の結果について述べる。量子化器の次数が 1 の場合、設計するパラメータの数は 3 個になる。解の評価指標  $J_1, J_2$  の値をプロットしたグラフを Fig. 10 に示す。Fig. 8 と同様にトレードオフの関係が見てとれる。Fig. 8 との違いは、評価指標  $J_1$  の最小値が 0.3 付近で止まっていることである。量子化器の次数が 1 となり、量子化器の性能限界が低くなっていることがわかる。また、評価指標  $J_1$  の値が 0.4~1 の間であれば、量子化ゲイン  $J_2$  について差異が見られない。したがって、この領域の性能を有する量子化器を設計する場合、1 次の量子化器で代用することが可能である。

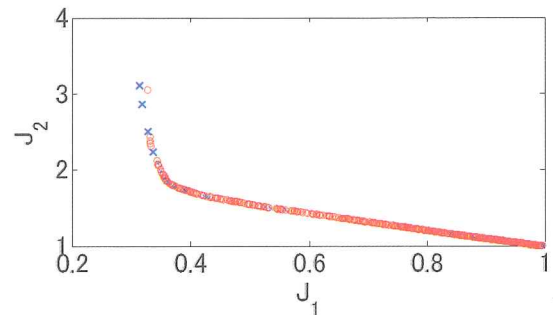


Fig. 10 Distribution of obtained solutions for the system  $P_1 (n_q = 1)$

#### 4. 3 4 次のシステムに対する設計結果

4 次のシステム  $P_2$  に対し、量子化器  $Q$  を設計した結果について述べる。量子化器の次数  $n_q$  は 2 としたので、設計するパラメータの数は 8 個である。最適化問題(14), (20)を解いて得られた解の評価指標  $J_1, J_2$  の値をプロットしたグラフを Fig. 11 に示す。2 次のシステムの場合と同様、量子化ゲイン  $J_2$  の最小値は 1 である。

得られた解のグラフを見ると、トレードオフの関係を確認することができる。また、2 次のシステムの場合と同様に、量子化ゲイン  $J_2$  が小さいところでは多様な量子化を設計することが可能である。ただし、出力列の偏差  $J_1$  を小さくしようとした場合、量子化器の選択肢が急激に少なくなると共に、非常に大きな量子化ゲインが必要となることがわかる。

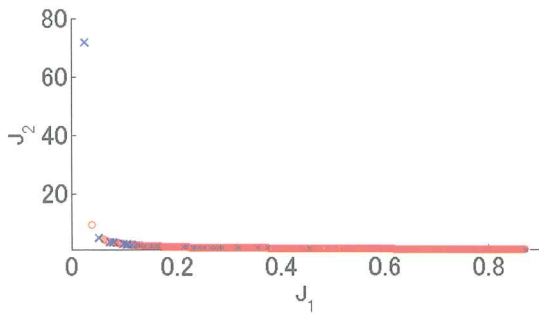


Fig. 11 Distribution of obtained solutions for the system  $P_2$

## 5. おわりに

本研究では、動的量子化器の多目的設計問題について述べた。動的量子化器の性能を評価するため、(i)離散値入力システムと理想システムの出力列の偏差の最大値、(ii)量子化器の入出力ゲインの2つを評価指標として定式化した。PSOアルゴリズムを用いた最適化手法により多目的最適化問題の解を求めた。2つの数値計算例を通して、2つの評価指標の間にトレードオフの関係があることを確認した。また、入出力ゲインが小さな量子化器は多様な設計解が存在する一方で、入出力列の偏差を小さくする解は設計解の種類が少なく、設計の自由度が大きくないことがわかった。

動的量子化器の時間応答は、 $A_Q+B_QC_Q$ の固有値により決まる。本研究では、量子化器の安定性を判定するために固有値を利用していたが、固有値を上手く指定することにより、時間応答の応答特性をより良くすることができる。今回は2目的の最適化問題であったが、量子化器の応答特性も評価指標に取り入れて設計問題を拡張することにより、多様な用途に応じた量子化器の設計が可能になると考えられる。

**謝辞：**本研究は平成26年度機械工学科奨励研究経費の補助を受けて行われた。関係各位に謝意を表す。

## 参考文献：

- 1) Ishikawa, M., Maruta, I., and Sugie, T. : Practical controller design for discrete-valued input systems using feedback modulators, Proc. of the European Control Conference, pp. 3269-3274, 2007.
- 2) Sawada, K. and Shin, S. : Dynamic quantizer synthesis based on invariant set analysis for SISO systems with discrete-valued input, Proc. of the 19th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, pp. 1385-1390, 2010.
- 3) Okajima, H., Matsunaga, N., and Kawaji, S. : Design of dynamic quantizers for 2-DOF IMC and

its application to the temperature control of a heat plate, SICE Journal of Control, Measurement, and Integration, 4 (1), pp. 77-82, 2011.

- 4) Azuma, S. and Sugie, T. : Synthesis of optimal dynamic quantizers for discrete-valued input control, IEEE Transaction on Automatic Control, 53 (9), pp. 2064-2075, 2008.
- 5) Morita, R., Azuma, A., Minami, Y., and Sugie, T. : Graphical Design Software for Dynamic Quantizers in Control Systems, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, 4 (5), pp. 372-379, 2011.
- 6) Azuma, S., Minami, Y., and Sugie, T. : Optimal dynamic quantizers for feedback control with discrete-level actuators: unified solution and experimental evaluation”, Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.133, No. 2, Article 021005, 2011.
- 7) 南裕樹, 室巻孝郎 : Particle Swarm Optimizationによる動的量子化器設計, 日本機械学会論文集 C編, Vol.79, No.804, pp.2804-2816, 2013.
- 8) Mostaghim, S. : Strategies for finding good local guides in multi-objective particle swarm optimization (MOPSO), Proc. 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium, pp. 26-33, 2003.

(2014. 12. 15 受付)

---

## DESIGN OF DYNAMIC QUANTIZERS BASED ON MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION APPROACH

**Takao MUROMAKI and Yuki MINAMI**

**ABSTRACT** : This paper focuses on the multi-objective optimization problem of dynamic quantizers for systems including discrete-valued signal constraints. For the design of quantizers, the most important performance indexes are (i) the output difference between the system with quantizer and the ideal system without quantizer and (ii) the input-output gain condition of the quantizer. Therefore, we first formulate the multi-objective optimization problem of quantizers based on the two performance indexes. Then, we solve the problem by using a particle swarm optimization algorithm. Furthermore, we reveal the relationship between two performance indexes.

**Key Words** : *Multi-objective optimization, Dynamic quantizer, Discrete-valued input, MOPSO, Weighting sum method*