

短距離走における最大速度の推定

梅垣浩二¹・小野伸一郎²

要旨：短距離走における最大速度を，Furusawa et al. の理論式を用いて推定する手順について解説した．特にエクセルのソルバー機能を利用すれば，プログラムを組む必要がなく，簡便に推定できる．また必要な機材はストップウォッチだけなので，安価で容易に計測できる．どの学校の体育の授業でも実施可能であり，最大速度は各学生の自己や仲間に応じた目標を設定させるための基準とすることができる．

キーワード：古沢らの理論式，エクセルのソルバー機能，スプリット・タイム

1. はじめに

短距離走の記録は，スタートからゴールまでの所要時間（タイム）で表される．タイムの短いことがよい評価につながり，タイムというひとつの数値で評価されることは非常に客観的でもある．体育授業においても，学生だけでなく教員自身もタイムにばかり目を奪われがちになるのは当然かもしれない．

近年，陸上競技の国内・国際大会における100m走の速度曲線が，競技後に提示されている．この計測は，ビデオカメラやレーザー方式を利用した特殊な機器などによって行われている．また体育の授業においても，同様の機器を用いて，学習や指導の効果を高めるために，速度曲線を児童・生徒に提示することが行われている．著者らの授業においても，学生が自己に応じた目標や課題を設定できるように自身の最大速度を知ることかねて，1年生の授業の最初に50m走を実施している．ただし，著者らの方法はストップウォッチのみを用いた古典的なものである．

疾走速度の研究は百年以上も前から行われており，Furusawa et al. の理論式による疾走距離や疾走速度の推定曲線は，実測値とよく当てはまることが知られている．ここでは，スタートからゴールまでの任意の地点の通過タイム（スプリット・タイム）を計測することによって，Furusawa et al. の理論式に当てはめる手順を紹介するとともに，将来的には教員が学生自身にデータ処理を行わせるための基礎的資料を提示することが目的である．

2. Furusawa et al. の理論式と渋川の計算法（方法1）

A.V.Hill（1922年ノーベル医学生理学賞受賞；筋収

縮における熱発生に関する発見）は，疾走速度を生ずる源は推進力（propelling force；式(1)の fmg ， m は身体質量， g は重力加速度， f は推進力係数）であるが，敏速な筋肉の収縮のために筋肉内に内部抵抗が生じ（ a は内部抵抗に関する定数であり，時間の次元を持つ），そのためにこの推進力はその何割かが効力を失い，実際に疾走速度のために役立つものは，推進力から内部抵抗によるマイナスの因子を加えたものであるとして，K.Furusawa らとともに理論式を導いた^{1), 2), 3)}．

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = fmg - \frac{m}{a} \frac{dx}{dt} \quad (1)$$

$$\frac{dx}{dt} = V_m - a \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (2)$$

ただし， $V_m = afg$

式(2)のように速度と加速度に直線関係が成立すると仮定し， $t=0$ において $x=0$ ， $dx/dt=x=0$ とすると，式(3)（Furusawa et al. の理論式）が解析的に導ける． V_m は最大速度である．

$$x = V_m \left\{ t - a \left(1 - e^{-\frac{t}{a}} \right) \right\} \quad (3)$$

渋川は， V_m や a を求めるために，式(2)に離散データを当てはめようとする数値微分により加速度まで求める必要があり⁴⁾，数値として精度が悪くなると

して，式(2)を積分した式（ $x = V_m t - a \dot{x}$ ）に当てはめることを提案している⁵⁾．これを方法1とする．しかしこの方法は，数値微分により速度を求めてからカッコ内の式に当てはめている以上，数値微分による誤差の影響を受けていることに違いはない．

3. 渋川の計算法の改良（方法2）

渋川は，式(3)に離散データを当てはめるように，そ

1 舞鶴工業高等専門学校 自然科学部門 講師

2 舞鶴工業高等専門学校 自然科学部門 准教授

の手順を提案した. 実測値である任意の地点の通過時間を (x_i, t_i) とすると, 実測値である任意の地点 x_i と式(3)による計算の地点の差の二乗和を ϕ とすると,

$$\begin{aligned}\phi &= \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - x_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^N \left(V_m \left\{ t_i - a \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a}} \right) \right\} - x_i \right)^2\end{aligned}\quad (4)$$

式(4)より,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \phi}{\partial V_m} &= \sum_{i=1}^N \left(V_m \left\{ t_i - a \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a}} \right) \right\} - x_i \right) \left\{ t_i - a \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a}} \right) \right\} = 0 \\ V_m &= \frac{\sum_{i=1}^N x_i \left\{ t_i - a \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a}} \right) \right\}}{\sum_{i=1}^N \left\{ t_i - a \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a}} \right) \right\}^2}\end{aligned}\quad (5)$$

a を仮に決めることによって式(5)より V_m が求まり, 式(4)により ϕ が計算できる. 式(4)に式(5)を代入すると, 式(6)が導かれる. 実際には式(6)を最小にするように a を調節する (a を調節するたびに式(5)の V_m も変更される). これを方法2とする.

$$\phi = \sum_{i=1}^N x_i^2 - V_m \sum_{i=1}^N x_i \left\{ t_i - a \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a}} \right) \right\} \quad (6)$$

しかし, この方法2は計算式が簡単でプログラムが容易であるが, 厳密には実測値である x_i ではなく t_i に誤差が含まれているはずである. したがって計測方法から考えると, 実測値である任意の地点の通過時間 t_i と式(3)による通過時間との差の二乗和が最小となるように, a や V_m を調節することが望ましい. 実際には実測値データを多く取れば, この方法2は近似法として用いることに問題はない.

4. 計測方法に見合った計算法 (方法3)

上述のように, 実測値である任意の地点の通過時間 t_i と式(3)による通過時間との差の二乗和を改めて ϕ とすると,

$$\begin{aligned}\phi &= \sum_{i=1}^N (\hat{t}_i - t_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{V_m} x_i + a \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a}} \right) - t_i \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^N \left(B x_i + a \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a}} \right) - t_i \right)^2\end{aligned}\quad (7)$$

$$B = \frac{1}{V_m}$$

ただし, 式(7)より,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \phi}{\partial B} &= \sum_{i=1}^N \left(B x_i + a \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a}} \right) - t_i \right) x_i = 0 \\ B &= \frac{\sum_{i=1}^N x_i \left\{ t_i - a \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a}} \right) \right\}}{\sum_{i=1}^N x_i^2}\end{aligned}\quad (8)$$

a を仮に決めることによって式(8)より B が求まり, 式(7)により ϕ が計算できる. 式(7)に式(8)を代入すると, 式(9)が導かれる. 実際には式(9)を最小にするように a を調節する (a を調節するたびに式(8)の B も変更される, つまりは V_m が変更される). これを方法3とする.

$$\phi = \sum_{i=1}^N t_i^2 - B^2 \sum_{i=1}^N x_i^2 + a^2 \sum_{i=1}^N \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a}} \right)^2 - 2a \sum_{i=1}^N t_i \left(1 - e^{-\frac{t_i}{a}} \right) \quad (9)$$

5. Excelのソルバー機能を利用した計算法 (方法4と方法5)

方法2や方法3では, プログラムを組む必要がある. 最近では, 数式として書くだけで処理してくれるソフトや, Excelにも様々な関数や計算機能が装備されている. ここでは, Excelのソルバー機能を利用して, 「目的セル」を式(4)および式(7)の ϕ とし, その値を最小とするように「変化させるセル」を a と V_m に指定して, 実行する. 実行の詳細はその解説書⁶⁾, ⁷⁾に譲るが, 式(4)および式(7)をそれぞれ展開すると, 以下のような式(10)および式(11)となる. 式(11)は式(10)の右辺を V_m^2 で割ったものとなっている. 式(10)によるものを方法4, 式(11)によるものを方法5とする. 実際には「目的セル」に式(10)や式(11)を記入する.

$$\begin{aligned}\phi &= V_m^2 a^2 N + 2 V_m a \sum_{i=1}^N x_i - 2 V_m^2 a \sum_{i=1}^N t_i \\ &\quad + \sum_{i=1}^N x_i^2 + V_m^2 \sum_{i=1}^N t_i^2 - 2 V_m \sum_{i=1}^N x_i t_i \\ &\quad - V_m^2 a^2 \left(2 \sum_{i=1}^N e^{-\frac{t_i}{a}} - \sum_{i=1}^N e^{-\frac{2t_i}{a}} \right) \\ &\quad - 2 V_m a \left(\sum_{i=1}^N x_i e^{-\frac{t_i}{a}} - V_m \sum_{i=1}^N t_i e^{-\frac{t_i}{a}} \right)\end{aligned}\quad (10)$$

$$\begin{aligned}\phi &= a^2 N + 2 \frac{a}{V_m} \sum_{i=1}^N x_i - 2 a \sum_{i=1}^N t_i \\ &\quad + \frac{1}{V_m^2} \sum_{i=1}^N x_i^2 + \sum_{i=1}^N t_i^2 - 2 \frac{1}{V_m} \sum_{i=1}^N x_i t_i \\ &\quad - a^2 \left(2 \sum_{i=1}^N e^{-\frac{t_i}{a}} - \sum_{i=1}^N e^{-\frac{2t_i}{a}} \right) \\ &\quad - 2 \frac{a}{V_m} \left(\sum_{i=1}^N x_i e^{-\frac{t_i}{a}} - V_m \sum_{i=1}^N t_i e^{-\frac{t_i}{a}} \right)\end{aligned}\quad (11)$$

つまり, 実測値である任意の地点の通過時間 (x_i, t_i) の離散データを用いて, 9種類の総和 ($\sum x_i, \sum t_i, \dots$)

を求めさえすれば、ソルバー機能を実行して a や V_m の最適値が計算される。ただし走者のゴールタイムから、実行前におおよその値を a や V_m に代入しなければならぬ。

6. 計算法の比較

表1は、2009年にベルリンで開催された世界陸上の

男子 100m 走で、ウサイン・ボルト選手が世界記録 (9.58 秒) を樹立した時の、各疾走距離における通過時間を示している。同じジャマイカで3位になったアサファ・パウエル選手のものも比較のために示した。このようなデータは、開催国の陸連の科学委員会などがプロジェクトを組んで計測し、報告書などで公表している。

Table 1 Split times at each point

	Reaction time (s)	10m	20m	30m	40m	50m	60m	70m	80m	90m	100m
Bolt	0.146	1.89	2.88	3.78	4.64	5.47	6.29	7.10	7.92	8.75	9.58
Powell	0.134	1.87	2.90	3.82	4.70	5.55	6.39	7.23	8.08	8.94	9.84

Table 2 Comparisons a , V_m and ϕ between methods

	Method 1	Method 2	Method 3	Method 4	Method 5
a (s)	1.556	1.503	1.49	1.502	1.503
V_m (m/s)	12.57	12.48	12.44	12.48	12.48
ϕ (m ²)		0.03504415		0.03503186	
ϕ (s ²)			0.00026007		0.00022502

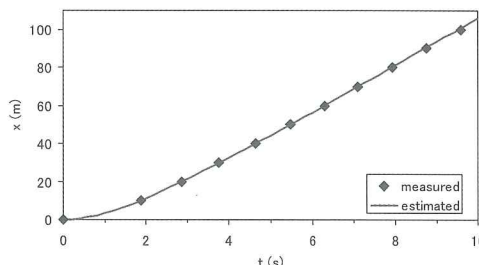
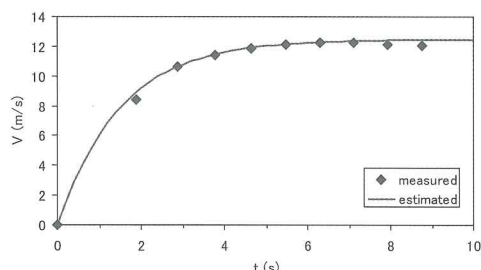


Fig.1 Theoretical curves and measured data (Usain BOLT)

表2は、ボルト選手のデータを用いて、方法1から方法5で求めた V_m や a , および ϕ を示している。方法2と方法3では、 a を調節するたびに求められる ϕ の差の絶対値が 10^{-5} よりも小さくなれば、最適値の探索を終了することとした。またいずれの方法においても、減速が起り始めていると思われる 80m 地点からのデータは、計算に含めないこととした。

方法2と方法4, 方法3と方法5を比較すると、方法2や方法3において最適値の探索をどこで終了するかという基準が適切でなければならぬことが分かる。方法3においては ϕ の次元が時間の二乗であるため、 ϕ の差の絶対値が 10^{-5} よりもさらに小さくなった時に探索を終了するように設定しなければならない。

図1に $a=1.503$, $V_m=12.48$ として Furusawa et al. の理論式による疾走距離・速度曲線を描くとともに、実測値との当てはまりの程度を見ることができる。

7. 計測時の注意点および計算結果の活用

図2は、体育授業における測定場面の概略図である。著者らは 50m 走で行っている。陸上競技の短距離選手においては 70m 地点辺りから減速し始めるが、学生においては 50m 辺りで既に減速している者もいると考えられる。また図1より、加速部分で理論式に曲線傾向が強く見られるため、この部分の計測を多く行うことが必要であると考えられる。したがって通過時間は、5m, 10m, 20m, 35m, 50m の5つの地点で、スト

ストップウォッチにより計測することとした。体育授業ゆえ細かく計測することは難しく、この程度の粗さでも可能であろうと考えている。

スタートと5つの地点に旗を持った学生をそれぞれ配置し、走者が通過する瞬間に旗を振り下ろすこととした。またストップウォッチで時間を計測する人は一人である。同じ人がスタートから各スプリット・タ

イムとゴールタイムを計測するため、押し方や反応時間などが一定であると考えられ、理論式と実測値の当てはまり具合も良くなった。以前は旗を持つ学生一人一人にストップウォッチを持たせていたが、当てはまり具合が悪い計測がしばしば見られた。もちろん現在のやり方でも、旗の振り方をきちんと指導しなければならないことは当然である。

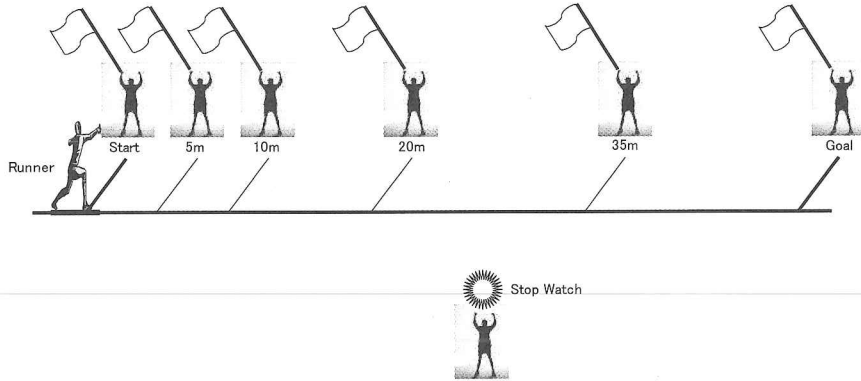


Fig. 2 Each part of students in the experiment

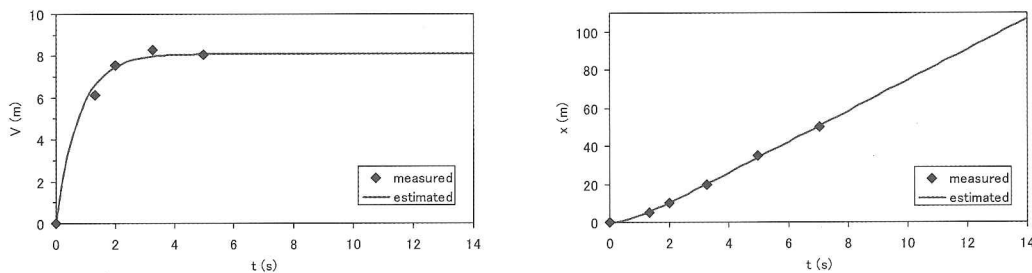


Fig. 3 Theoretical curves and measured data (some student)

図3は、ある学生の時間—距離、時間—速度関係を示している。この結果を基に、最大速度を維持したまま100mまで走り続けられた場合のタイム(13.13秒)を最高目標とし、また50m走のタイム(7.03秒)の2倍を最低目標として、各学生に応じた目標を設定している(実際には13.2秒であった)。本当は最高目標よりも早いタイムで100mを走ることは不可能であるはずだが、実際にはそのような学生も見受けられ、計測時の努力の程度が低かったのか、あるいは計測が精確でなかったのかもしれない。十分に学生のモチベーションや集中力を高める授業の雰囲気作りも重要である。またこの結果は、最大速度(8.11m/s)を用いた走幅跳の目標記録(4m62, 実際には5mであった)の計算や、4×100mリレーのグループ分けにも活用できる。

ストップウォッチのみを用いた著者らの方法は、パソコン等は必要ではあるが、簡便・安価であり、どこでも誰でも実施できる。ただビデオカメラには映像を保存し見せることができる最大の利点があり、単に最

大速度や加速特性が分かる以上の情報を有することは否めない。また著者らの今後の課題として、各学生に自己の能力に応じた課題を設定させられても、その課題を解決するために如何に取り組むかという指導も考えていかなければならない。

参考文献

- 1) 猪飼道夫, 芝山秀太郎, 石井喜八: 疾走能力の分析—短距離走のキネシオロジー—, 体育学研究, 7-3, pp.59-70, 1963.
- 2) 宮畑虎彦, 高木公三郎, 小林一敏: スポーツとキネシオロジー, 大修館書店, pp.154-159, 1965.
- 3) Greene P.R.: Predicting Sprint Dynamics from Maximum-Velocity Measurements, Mathematical Biosciences, 80, pp.1-18, 1986.
- 4) 高橋和文, 黒川隆志, 磨井祥夫: 100m 走中の速度変化をあらわす新しい指標: 累積速度偏差に着目して, 体育学研究, 50-2, pp.189-200, 2005.

- 5) 渋川侃二:運動力学, 大修館書店, pp.14-23, 1969.
- 6) 吉村忠与志, 青山義弘:行列と連立方程式, トランジスタ技術 Special, No.78, 特集技術者のための Excel 活用研究, pp.21-31, 2002.
- 7) 城井田勝仁:いちばんやさしい Excel ゴールシート&ソルバー2007/2003/2002 対応, 秀和システム, pp.218-311, 2009. (2009.11.6 受付)

8. 英文表題, 英文著者名, 英文要旨等

THE ESTIMATION OF MAXIMUM VELOCITY IN SPRINT RUNNING

Koji UMEGAKI and Shin-ichiro ONO

ABSTRACT: We explained the procedures to estimate the maximum velocity in sprint running using the theoretical equation by Furusawa et al. Especially we could estimate the maximum velocity and the time constant to be easier with Solver in Microsoft@Excel than with programming. Our experiment needed only stopwatches to measure split times. The procedures and experiment will be able to be executed in physical education class at every school. The maximum velocity will be utilized for individual objective in all students and teams for example long jump and 400m relay.

Key Words: Theoretical equation by Furusawa et al., Solver in Microsoft@Excel, Split time