

粘弾性材料の衝撃特性評価法の提案

玉男木 隆之¹・曾我部 雄次²

要旨：粘弾性挙動を示す材料の衝撃特性を評価する手法として、固定端反射を利用した間接法を提案した。特性値が既知である粘弾性棒と End Block で試料をはさみ、粘弾性棒に衝撃を加えて間接的に試料の動的特性を求める手法である。まず、試料と End Block の境界面に入射する応力波はほぼ全反射することを PMMA 棒を用いて示した。そして、従来の手法では評価することが難しかった新しい材料に適用し、その動的特性を求めた。今回新しく間接法を提案することによって、高ひずみ速度下での衝撃特性評価ができるようになった。

キーワード：粘弾性特性、応力波、減衰、衝撃

1. はじめに

軽量性や防振性などの特徴を持つ高分子材料や複合材料は、身近な日用品から機械部品、構造材料に至るまで幅広く利用されている。近年では、環境に優しい生分解性プラスチックの開発が進められており、今後幅広く応用されていくと考えられる。これらの材料に衝撃などの動的荷重が作用する場合、粘弾性挙動を示すことが知られている。これまで、粘弾性材料の衝撃特性は様々評価されてきているが^{1)~4)}、動的応力-ひずみ関係を精密に決定する測定法は未だ確立されていない。

著者らは前報において、粘弾性棒内で圧縮波、引張り波が干渉しあう状況下においても材料の動的特性を評価できることを明らかにし、ひずみ速度が 10^1 1/s オーダー付近下での簡易的な実験手法（直接法）を提案した⁵⁾。本研究では、より高いひずみ速度下において材料の衝撃特性を評価することのできる手法（間接法）を提案する。前報の直接法と本論文の間接法を使い分けることによって、様々なひずみ速度下における粘弾性特性が決定できるようになると考えられる。

2. 周波数領域の粘弾性縦波

均質で細く一様な線形粘弾性棒を考える。棒の軸方向座標を x 、時間を t 、 $x=0$ で測定されたひずみを $\varepsilon(0, t)$ 、角周波数を ω としてフーリエ変換後のひずみを $\bar{\varepsilon}(0, \omega)$ とした場合、 $x=L$ におけるひずみ $\bar{\varepsilon}(L, \omega)$ は次のように表すことができる⁵⁾。

$$\bar{\varepsilon}(L, \omega) = \bar{\varepsilon}(0, \omega) e^{-(\alpha + ik)L} \quad (1)$$

ここで、 α 、 k はそれぞれ減衰係数、波数であり、いずれも ω の関数で、次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2(\omega) &= \frac{1}{2} \rho \omega^2 \{ -J_1^*(\omega) + |J^*(\omega)| \} \\ k^2(\omega) &= \frac{1}{2} \rho \omega^2 \{ J_1^*(\omega) + |J^*(\omega)| \} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$J^*(\omega)$ は材料の粘弾性特性の一種である複素コンプライアンスであり、 $|J^*(\omega)|$ はその絶対値、 $J_1^*(\omega)$ および $J_2^*(\omega)$ は複素コンプライアンスの実部と虚部を表す。また、 $J^*(\omega)$ は以下の式で与えられる。

$$J^*(\omega) = J_1^*(\omega) - iJ_2^*(\omega) = \bar{\varepsilon}(\omega) / \bar{\sigma}(\omega) \quad (3)$$

なお、 $\bar{\varepsilon}(\omega)$ 、 $\bar{\sigma}(\omega)$ はそれぞれ周波数領域におけるひずみ、応力を示す。

3. 境界面におけるひずみ波

Fig.1 のように均質で細く一様な弾性棒 I と弾性棒 II が $x=0$ で接しており、棒 I の中を軸方向に対して垂直に入射波 ε_i が入射する場合を考える⁶⁾。 ε_i が境界面に到達するとその一部は反射波 ε_r として反射し、一部は透過波 ε_t として棒 II に透過していく。

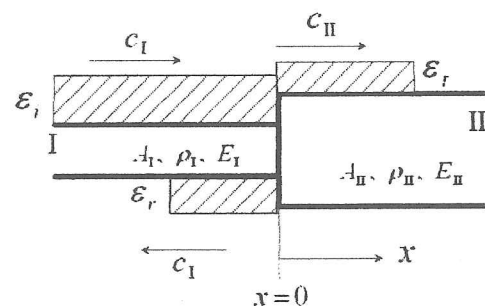


Fig.1 Reflection and transmission when uniform elastic bars I and II contact at interface $x=0$

1 舞鶴工業高等専門学校 機械工学科 助教
2 愛媛大学大学院理工学研究科 教授

棒 I, 棒 II の断面積, 縦弾性係数, 密度, 伝ば速度を A_n, E_n, ρ_n, c_n ($n = I, II$) とすると, 棒の境界面での力のつり合いと粒子速度の連続の条件より次のことが成り立つ.

$$\varepsilon_r = \frac{A_{II}E_{II}c_I - A_I E_I c_{II}}{A_{II}E_{II}c_I + A_I E_I c_{II}} \varepsilon_i \quad (4)$$

$$\varepsilon_i = \frac{2A_I E_I c_I}{A_{II}E_{II}c_I + A_I E_I c_{II}} \varepsilon_r \quad (5)$$

式(4), (5)をフーリエ変換し, 対応原理を適用すれば, 線形粘弾性体の場合に拡張することができる⁷⁾.

$$\bar{\varepsilon}_r(\omega) = \frac{A_{II} \sqrt{\frac{J_I^*(\omega)}{\rho_I}} - A_I \sqrt{\frac{J_{II}^*(\omega)}{\rho_{II}}}}{A_{II} \sqrt{\frac{J_I^*(\omega)}{\rho_I}} + A_I \sqrt{\frac{J_{II}^*(\omega)}{\rho_{II}}}} \bar{\varepsilon}_i(\omega) \quad (6)$$

$$\bar{\varepsilon}_i(\omega) = \frac{2A_I \sqrt{\frac{J_I^*(\omega)}{\rho_I}}}{A_{II} \sqrt{\frac{J_I^*(\omega)}{\rho_I}} + A_I \sqrt{\frac{J_{II}^*(\omega)}{\rho_{II}}}} \frac{J_{II}^*(\omega)}{J_I^*(\omega)} \bar{\varepsilon}_r(\omega) \quad (7)$$

ここで, J_n^* ($n = I, II$) は, それぞれ棒 I, II の複素コンプライアンスである. 式(6)において, $A_{II} \rightarrow 0$ とすれば, 自由端でのひずみ波の反射となり, $\bar{\varepsilon}_r(\omega) = -\bar{\varepsilon}_i(\omega)$ が得られ, 透過波は $\bar{\varepsilon}_i(\omega) = 0$ となる. また, $A_{II} \rightarrow \infty$ とすれば, 固定端でのひずみ波の反射となり, $\bar{\varepsilon}_r(\omega) = \bar{\varepsilon}_i(\omega)$ および $\bar{\varepsilon}_i(\omega) = 0$ が得られる. また, これ以降式(6)の係数を反射率 R , 式(7)の係数を透過率 T として用いることとする.

4. 固定端反射を利用した間接法

4.1 測定原理

固定端における反射を利用した間接法の実験装置概略図および応力棒と試料内のひずみ波の伝ばの様子を, それぞれ Fig.2, 3 に示す. 衝撃端から十分離れた場所にひずみゲージを貼り付けた入力棒と End Block で試料をはさみ, エアーコンプレッサで加圧したストライカによって入力棒の一端に衝撃を加え,

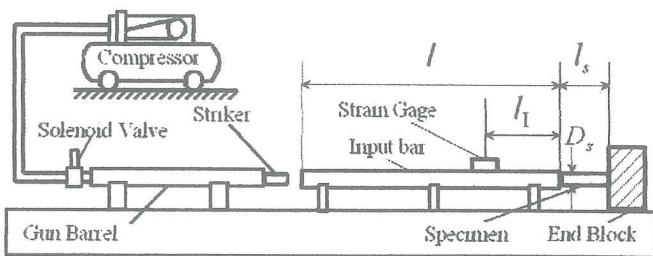


Fig.2 Experimental arrangement of indirect method using fixed end reflection

ひずみ波を測定していく.

Fig.3 に示すように, ひずみゲージから入力棒と試料の境界面までの距離を l_1 , 試料長さを l_s としたとき, l_1 および試料内の 1 往復分 $2l_s$ をひずみ波が伝ばする際のそれぞれの減衰, 分散を表す項 B_1, B_s は式(1)を用いて次のように表される.

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= e^{-(\alpha_1 + ik_1)l_1} \\ B_s &= e^{-(\alpha_s + ik_s)2l_s} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

また, 式(6), (7)より, ひずみ波が入力棒から試料に伝ばしたときの反射率と透過率をそれぞれ R, T , 試料から入力棒に伝ばしたときの反射率と透過率をそれぞれ R', T' とする. ひずみゲージで最初に測定される圧縮波をフーリエ変換したものを $\bar{\varepsilon}$ とすれば, 入力棒と試料の境界面まで伝ばした周波数領域のひずみは $B_1 \bar{\varepsilon}$, 一部は反射して $-RB_1 \bar{\varepsilon}$, 一部は透過して $TB_1 \bar{\varepsilon}$ となる. 反射した $-RB_1 \bar{\varepsilon}$ は, ひずみゲージまで伝ばし, $-RB_1^2 \bar{\varepsilon}$ が観測される. 固定端において, ひずみ波が試料の右端で完全に反射すると考えれば, 透過した $TB_1 \bar{\varepsilon}$ は試料内を往復して再び入力棒と試料の境界面へ $TB_1 B_s \bar{\varepsilon}$ が到達する. このように反射と透過の計算を行っていけば, 十分時間が経った後にゲージで測定されるひずみ波 $\bar{\varepsilon}_{gauge}$ を予測することができ, 以下の式で表すことができる.

$$\bar{\varepsilon}_{gauge}(\omega) = \bar{\varepsilon}(\omega) - RB_1^2 \bar{\varepsilon}(\omega) + \sum_{m=1}^{\infty} \{B_1^2 B_s^m T T R^{m-1}\} \bar{\varepsilon}(\omega) \quad (9)$$

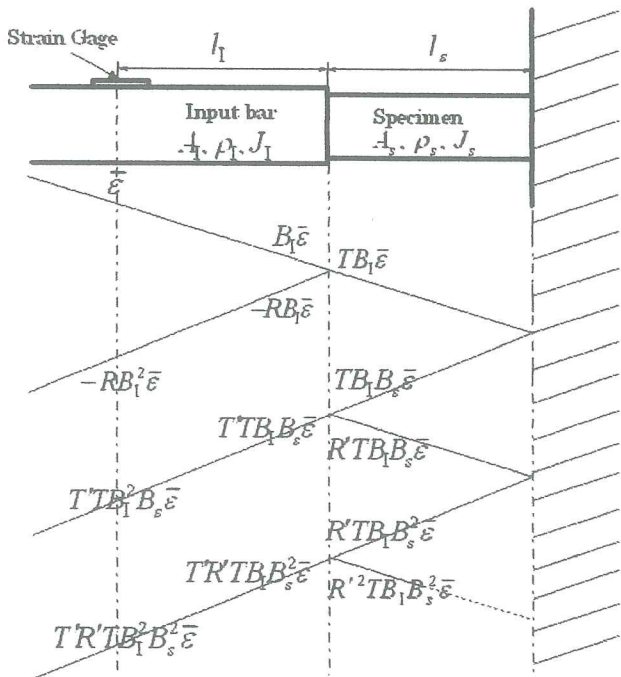


Fig.3 Calculated values of strain wave propagating in stress bar and specimen of indirect method using fixed end reflection

$\bar{\epsilon}_{gauge}$ を逆フーリエ変換すれば, 時間領域のひずみ波 $\epsilon_{gauge}(t)$ となる. 初期波形 $\epsilon(t)$ が実験によって測定できれば, これを初期条件として式(9)によってひずみゲージでの波形が予測でき, 試料の粘弾性定数が決定できる. また, 試料のひずみ速度は, 試料左端のひずみを計算し, 数値微分することにより求める. 試料左端でのひずみ波 $\bar{\epsilon}_{spe}$ は,

$$\bar{\epsilon}_{spe}(\omega) = TB_1 \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ R^{m-1} (B_s^{m-1} + B_s^m) \right\} \bar{\epsilon}(\omega) \quad (10)$$

で得られる.

4. 2 固定端における反射率の検証

4. 1節において, 試料の右端と End Block の境界面で, ひずみ波が全反射すると仮定して式(9)を導いた. 実際に実験する場合は, End Block に軟鋼で, 試料の断面積に対して十分断面積の大きいものを用いる. まず, 反射率の変化をみるための数値計算例を示す. Fig.4 に, 試料の特性値を変化させたときの反射率 R の変化の様子を示す. また, End Block である軟鋼の断面積は, 試料の断面積に対して 1 倍, 2 倍, 4 倍, 10 倍の 4 種類で変化させた. 試料の特性値 E_s を変化させ, 密度は 1000 kg/m^3 とした. 軟鋼の縦弾性係数, 密度はそれぞれ 210 GPa , 7830 kg/m^3 である. End Block の断面積を大きくすれば, 縦弾性

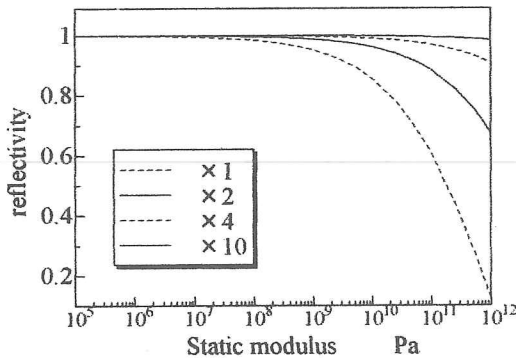


Fig.4 Reflectivity at interface between specimen and end block : Cross section of end block changing with four kinds of magnification of that of specimen

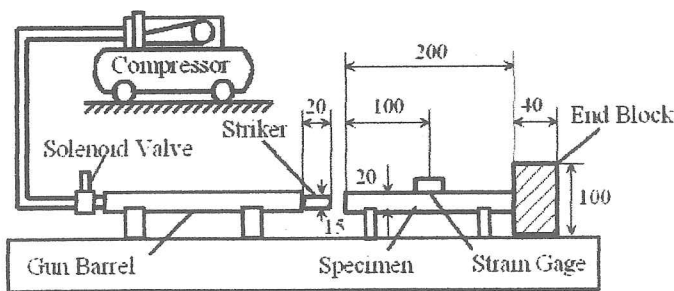


Fig.5 Experimental arrangement and dimensions of striker bar and PMMA

係数の高い材料においても反射率が1に近づくことがわかる. 入力棒に PMMA を仮定した場合, E_s は約 $5.5 \times 10^9 \text{ Pa}$ である. 特に, 試料と End Block の断面積比が10のとき, PMMA と End Block の反射率は 0.9989であった. End Block に透過するのはわずか 0.11%であり, ほぼ全反射しているとみなせる. 実際の実験に用いる試料は, PMMA よりも軟質な材料であるため, グラフからより反射率が1に近づくことがわかる. したがって, 試料の断面積に対して10倍以上の断面積を持つ End Block を用いれば, 試料と End Block の反射率は1として差し支えないといえる.

次に実験による検証を行う. Fig.5に反射率測定の実験装置概略図を示す. 長さ200mmのPMMA棒上の中心にひずみゲージを貼り付け, 右端を縦100mm, 横100mm, 厚さ40mm, 算術平均粗さ $1.6 \mu\text{m}$ の一般構造用圧延鋼材 (SS400) で固定し, 左端に径15mm, 長さ20mmのストライカで衝撃を加え, 入射波と反射波を測定する. そして, それぞれの波形を式(1)を用いて固定端の位置に補正し, 両者の波形を比較する. 補正する際に用いた PMMA の特性値は, 事前に波動伝ば実験を行い, Fig.6に示す3要素固体モデルに近似をして決定した. なお, 3要素固体モデルと複素コンプライアンスの実部と虚部との関係は,

$$\left. \begin{aligned} J_{s1}^*(\omega) &= \frac{1}{E_1} + \frac{E_2}{E_2^2 + (\omega\eta_2)^2} \\ J_{s2}^*(\omega) &= \frac{\omega\eta_2}{E_2^2 + (\omega\eta_2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

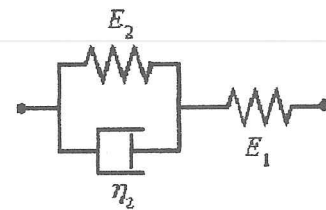


Fig.6 3-element solid model

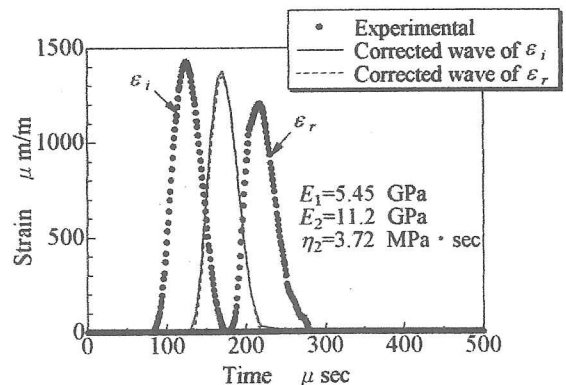


Fig.7 Experimental and corrected waves of $\bar{\epsilon}_i(t)$ and $\bar{\epsilon}_r(t)$

のように与えられる。Fig.7に入射波 $\varepsilon_i(t)$ と反射波 $\varepsilon_r(t)$ の実験波形をプロットで、 $\varepsilon_i(t)$ と $\varepsilon_r(t)$ を固定端位置に補正した波形をそれぞれ実線と破線で示す。同時に補正に用いた PMMA の特性値も示している。補正された $\varepsilon_i(t)$ および $\varepsilon_r(t)$ はほぼ一致しており、実際の実験においても End Block でほぼ全反射することが確認できた。

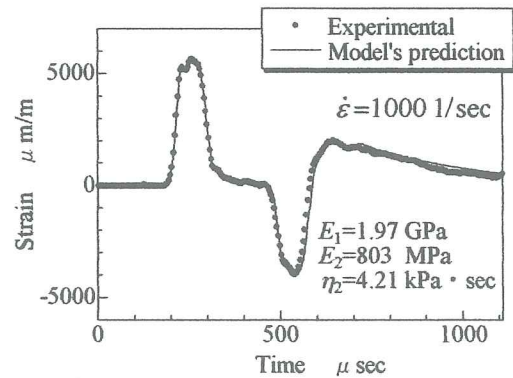
5. 各種材料への適用

これまで従来の手法を用いて実験、同定が困難であった粘弾性材料について、一例として3ピースゴルフボール(キャスコ(株) Silicone Power)の各部材(カバー部のアイオノマー樹脂, シリコンゴム部のシリコンゴム, コア部のブタジエンゴム)を用い、新しく提案した間接法によって各部材の衝撃特性を評価する。実験のための試料として、試料寸法に合わせた円柱状の金型を作成し、その金型にそれぞれの樹脂を注入し、実際のゴルフボールを成形する際と同条件で加熱成形した。実験に用いた各試料の詳細を Table 1 に示す。実験装置概略図は Fig.2 に示している。入力棒の材質は PMMA で、径20mm, 長さ1000mm を用い、ひずみゲージは入力棒右端から300mm のところに設けている。ストライカも同様に PMMA で、径15mm, 長さ100mm を使用した。End Block は 4.2 節の実験と同じものを使用した。

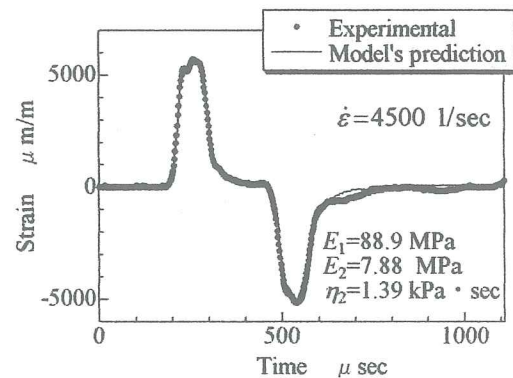
Fig.8に各部材における実験波形および予測波形を示す。同定には3要素固体モデルを使用した。モデルの各値と式(10)を数値微分して求めた試料ひずみ速度の最大値も同時に図中に示す。それぞれの実験におけるストライカ速度はいずれも約25m/s であった。実験波形について、ストライカの衝撃による圧縮波と PMMA と試料の境界面で反射する引張り波および End Block で反射する圧縮波が測定されていることが確認できる。

予測波形について、3要素固体モデルに近似して同定を行った結果、実験波形と予測波形が良好な一致を示しており、カバー部、シリコンゴム部、コア部の衝撃特性を評価することができている。シリコンゴム部について、600 μ sec 以降の実験波形と予測波形に若干の誤差がみられるが、これは他の2つの材料に比べ軟質な材料のため、試料両境界面におけるせん

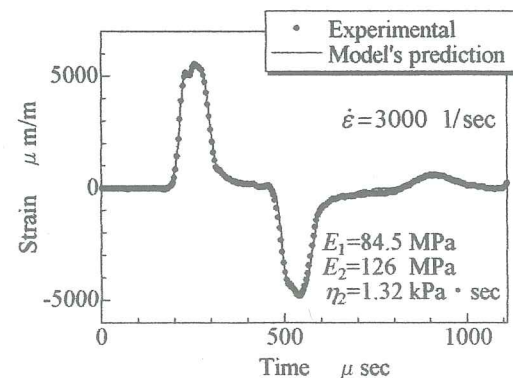
断力の影響が出たものと考えられる。試料ひずみ速度の最大値は、カバー部、シリコンゴム部、コア部でそれぞれ1000 1/sec, 4500 1/sec, 3000 1/sec であり、いずれも 10^3 1/s オーダーの試料ひずみ速度下の実験であることがわかる。以上から、固定端反射を利用した間接法を用いることによって、よりひずみ速度が高い領域における粘弾性材料の衝撃特性を評価することができるといえる。



(a) Ionomer resin



(b) Silicone rubber



(c) Butadiene rubber

Table 1 Dimensions of specimens

	Cover	Silicone	Core
Material	Ionomer resin	Silicone rubber	Butadiene rubber
Density (kg/m ³)	990	1080	1148
Diameter of Specimen D_s (mm)	13	13	13
Length of Specimen l_s (mm)	35	37	40

Fig.8 Experimental waves and predicted waves of three materials for 3-piece golf ball by newly indirect method

6. 結言

(1) 粘弾性挙動を示す材料の衝撃特性を評価する手法として、固定端反射を考慮し、一次元波動伝ば理論を用いて新しい実験方法、解析方法を示した。

(2) 試料に比べ面積の大きく縦弾性係数の高い金属を端面に用いることによって、実際の実験において End Block で完全反射することを明らかにした。

(3) 固定端反射を利用した間接法によって3ピースゴルフボールの各部材の粘弾性特性を評価し、これらの動的挙動が3要素固体モデルに近似できることを明らかにした。このことから、様々なひずみ速度下における粘弾性特性を決定することが可能となり、今後必要な動的材料データが得られるようになった。

謝辞：本研究の一部は、平成19年度舞鶴工業高等専門学校機械工学科研究経費の配分を受けて行われたことを記し、関係各位に謝意を表する。

参考文献：

- 1) Frew D.J., Forrestal M.J., and Chen W., : A Split Hopkinson Bar Technique to Determine Compressive Stress-Strain Data for Rock Materials, *Experimental Mechanics*, Vol.41, pp.40-46, 2001.
- 2) Meng H., and Li Q. M., : An SHPB Set-Up with Reduced Time-Shift and Pressure Bar Length, *International Journal of Impact Engineering*, Vol.28, No.6, pp.677-696,2003.
- 3) Patricia V., and Joris D., : Experimental Investigation of the Deformation of Hopkinson Bar Specimens, *International Journal of Impact Engineering*, Vol.30, No.3, pp.239-253, 2004.
- 4) Yang L.M., and Shim V.P.W., : An Analysis of Stress Uniformity in Split Hopkinson Bar Test Specimens, *International Journal of Impact Engineering*, Vol.31, No.2, pp.129-150, 2005.
- 5) 玉男木隆之, 曾我部雄次：低インピーダンス材料の動的特性評価, 実験力学, Vol.7, No.1, pp.56-61, 2007.
- 6) 林卓夫, 田中吉之助：衝撃工学, 日刊工業新聞社, 1988.
- 7) Flügge W., : *Viscoelasticity*, Springer-Verlag, 1975.

(2007. 11. 16 受付)

PROPOSAL OF EVALUATION METHOD OF DYNAMIC PROPERTIES FOR VISCOELASTIC MATERIALS

Takayuki TAMAOGI and Yuji SOGABE

ABSTRACT : Viscoelastic materials have the lightness and the damping characteristics, so they are widely used in the daily necessities, the machine parts or the structural materials, etc. The development of plastics which use the materials of biodegradability has advanced in recent years. It is thought that they will be widely applied in various fields in the future. However, the method of evaluating the dynamic characteristics precisely has not been established. In this work, indirect impact method using fixed end reflection was newly proposed as the technique for evaluating the dynamic characteristic of viscoelastic materials. A cylindrical specimen is sandwiched between a viscoelastic input bar and a rigid wall, and is tested indirectly impacting the input bar. Firstly, the reflectivity at the interface between the specimen and the rigid wall was verified by using PMMA bar, and it could be considered that incident waves totally reflected at the rigid wall. Next, the devised indirect method was applied to the three kinds of material for the 3-piece golf ball considered to be difficult to evaluate by using the conventional methods. Consequently, these materials could be determined the dynamic properties at high strain rate.

Key Words : *Viscoelastic property, Stress wave, Attenuation, Dynamic*