

二次元縦スロッシングにおける液面振幅予測

谷川博哉¹・谷川佳史²・平田勝哉³・舟木治郎⁴

要旨：本論文では、2次元矩形容器内の縦スロッシングの実験を行い、各種パラメータと液面振幅の関係を調べた。そして、液面振幅の予測方法として、著者らが以前に提案した離散特異点法（代用電荷法）によるスロッシングの数値解析に仮想粘性を導入することにより、液面振幅を予測するといった方法を提案する。

キーワード：スロッシング，離散特異点法，自由表面

1. 緒言

スロッシングとは、水槽に液体を入れ周期的に加振してやることにより液面に定在波が生じる現象である。石油タンクや化学プラント内のコンテナ、タンカー、ロケットなど液体が大きな重量を占める場合は深刻な問題を引き起こすことがあり、工学的に重要な問題である¹⁾。

縦スロッシングについての研究としては、自由表面が外力振動の 1/2-subharmonic 応答することを Faraday²⁾が 1831 年に発見して以来、液面動揺についてさまざまな研究^{3)~8)}がなされている。また、計算機の発達に伴い、自由表面を有する流体の問題に対しては、種々の数値計算法が提案されてきた^{9)~14)}。著者らも以前に離散特異点法（代用電荷法）によるスロッシングの数値解析^{15)~17)}を提案した。

一方、スロッシングの液面振幅の大きさを知ることがタンカー等の設計において重要である。しかし、以前に提案した離散特異点法によるスロッシングの数値解析は、ポテンシャル流れを仮定した解析であり、液面振幅を予測することはできない。そこで、本研究では、実験により各種パラメータと液面振幅の関係を明らかにし、離散特異点法に仮想粘性を導入することにより、液面振幅を予測する方法を提案する。

2. 実験方法

本実験に使用した実験装置を Fig. 1 に示す。矩形容器⑦は透明アクリル樹脂製であり加振器①の上に液体の入った状態で垂直に固定している。加振器は動電型振動発生機であり、発振器③によって垂直方向に正弦波振動させることができる。本実験では液体⑥に水を使用した。また2つのレーザ式変位センサ⑤の信号をパーソナルコンピュータ④に取り込み、

励起振動数、励起振幅、液面振幅をリアルタイムで調べることが可能である。さらにモードの確認のためにハイスピードビデオカメラ（毎秒 250 コマ撮影）を用い、モードの可視化にはデジタルビデオカメラを用いた。縦スロッシングでは、液面の振動数が励起振動数の 1/2 倍となる波が発生する。その応答は 1/2-subharmonic response と呼ばれる。これは液体自由表面が崩壊しない範囲では他の共振波に比べて液面振幅が最も大きい。本論文では、この 1/2-subharmonic response が発生する領域において実験を行った。また、2次元縦スロッシングにおいて発生するスロッシングモードのモード (m) の定義は、 m を発生する波節の数とした (Fig. 2 参照)。

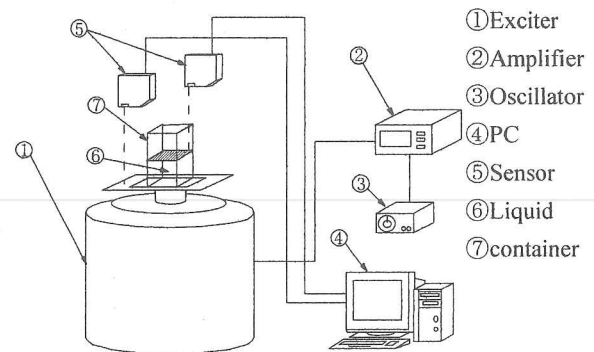


Fig. 1 Experimental apparatus.

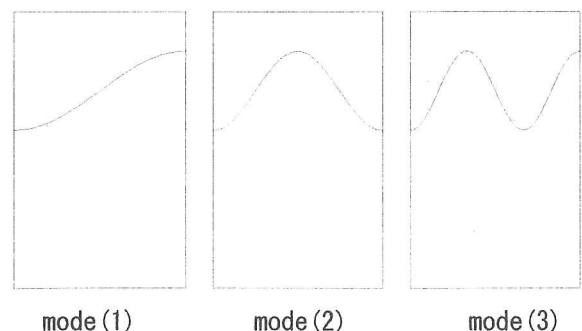
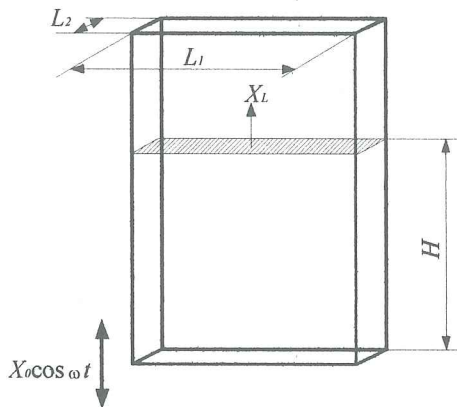


Fig. 2 Sloshing modes.

- 1 舞鶴工業高等専門学校 機械工学科 助教授
- 2 同志社大学大学院 工学研究科機械工学専攻
- 3 同志社大学工学部 機械系学科 教授
- 4 同志社大学工学部 機械系学科 助教授

実験で用いた矩形容器の概略図を Fig. 3 に示す。一辺の内長 L_1 ともう一辺の内長 L_2 の比が 5 対 1 となり奥行き方向に充分薄く、実験で用いる振動数の範囲では奥行き方向の波がない容器を 2 次元容器とした。本実験では $L_1=0.05[m]$, $L_1=0.08[m]$, $L_1=0.1[m]$, $L_1=0.15[m]$, $L_1=0.2[m]$ の 5 つの容器を使用した。液面初期高さ H は、 H が半波長以上では深水波になることから、水深の影響がないと考えられる $H=0.12[m]$ に設定した。

この矩形容器を励起角振動数 $\omega (=2\pi f_0)[rad/s]$ 、励起振幅 $X_0[m]$ で加振し、発生モード及びその液面高さを計測する。液面振幅 $X_L[m]$ はすべてのモードにおいて、液面波の腹の部分で測定した。しかし、その場所が壁面であれば、レーザ式変位センサのレーザ光が壁面に反射しないように壁面からの距離が内長 L_1 の 3% の場所で測定した。液体にはレーザ式変位センサが液面に反応するように水に白インクを添加して使用した。ジョリーのばねばかりによる計測の結果、この白インク水と空気の表面張力は水と空気の表面張力に対して 0.985 倍であり、これを水として扱うことにした。



X_0 : Excitation amplitude.
 X_L : Amplitude of liquid free surface.
 ω : Excitation angular frequency.

Fig. 3 Containers.

3. 離散特異点法による数値解析

解析方法の基本理論は前報¹⁷⁾と同様なので要点のみを記す。解析領域内の液体は非圧縮、非粘性、流れは渦なしであると仮定すると、連続の式は Laplace 方程式になり、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

ここに、 ϕ は速度ポテンシャルであり、水平方向に

x 軸を、垂直方向に y 軸をとる (Fig. 4 参照)。容器壁での境界条件は、

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (2)$$

n は壁面法線ベクトルである。式(1), (2)の条件のもとで自由表面上の流体粒子の座標 (ξ, η) および ϕ に関する初期値問題

$$\frac{D}{Dt} \begin{bmatrix} \phi \\ \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(u^2 + v^2) - (g - a\omega^2 \cos \omega t)\eta + \frac{\Delta p}{\rho} + C \frac{\partial \phi}{\partial y} \left| \frac{\partial \phi}{\partial y} \right| \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3)$$

を解くことにより自由表面の液面形状を与えることができる。式(3)において、右辺の 1 行目第 4 項の

$$C \frac{\partial \phi}{\partial y} \left| \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|$$

が今回新たに付け加えた仮想粘性項である。この仮想粘性に物理的な意味はない。しかし、この項を入れてやることによりポテンシャル流れの解析では加振し続けることによって発散する液面を一定にし、より現実に近い解析解が得られる。

実際の解析では、Fig. 4 に示すように解析領域に対して制御点および特異点を配置する。ここで、特異点は強さ Q_j のわき出し点とする。そうすると解析

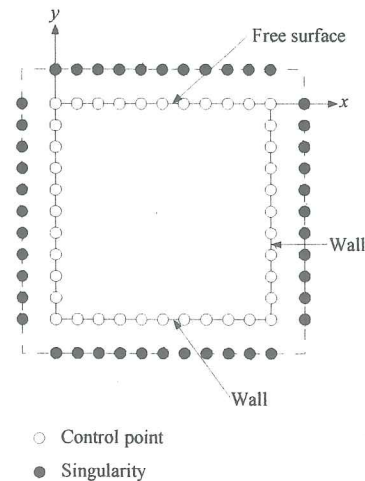


Fig. 4 Arrangement of control points and singularities.

領域内の各制御点での複素速度ポテンシャルは重ね合わせの定理より次のような N 個の 1 次結合の式で与えられる.

$$W_i = \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{Q_j}{2\pi} \log(z_i - z_j) \right\} \quad (4)$$

ただし, $z=x+iy$ とし(ここでの i は虚数単位である), N : 全特異点の総数, z_i : 各制御点の位置, z_j : 各特異点の位置である. 複素速度ポテンシャル W_i は速度ポテンシャル ϕ_i と流れ関数 ψ_i を用いて

$$W_i = \phi_i + i\psi_i \quad (5)$$

となる. この事より, 自由表面上の制御点における速度ポテンシャル ϕ_i は複素速度ポテンシャル W_i の実部をとって

$$\phi_i = \sum_{j=1}^N \left\{ \text{Re} \left[\frac{Q_j}{2\pi} \log(z_i - z_j) \right] \right\} \quad (6)$$

と表すことができる. 総ての特異点を解析領域の外側に置けば制御点を含む全領域で式(1)を満足し, 領域内の速度ポテンシャル $\phi(x, y, t)$ を近似的に与えてやることができる.

3. 結果および考察

3. 1モードの発生領域

本解析方法で求められた 2 次元容器のモード発生領域 (表面張力を含む解析) と実験で現れた各モ

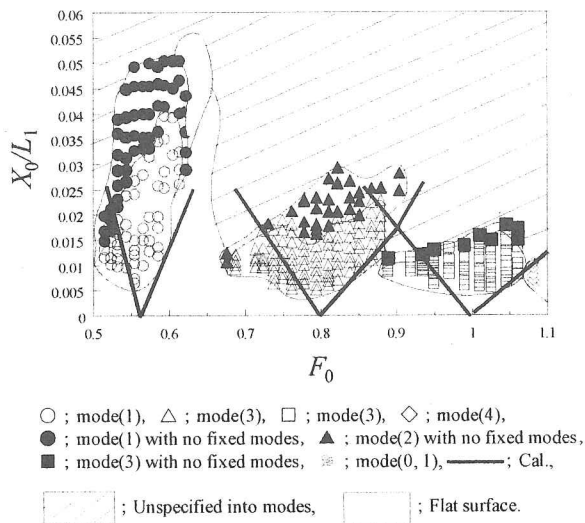


Fig. 5 Stability boundary chart of modes; $L_1=0.1$ [m].

ードの分布を Fig. 5 に示す. 縦軸は X_0/L_1 で, X_0 は加振振幅である. 横軸 F_0 は次式で定義された無次元励起元振動数である.

$$F_0 = f_0 \sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

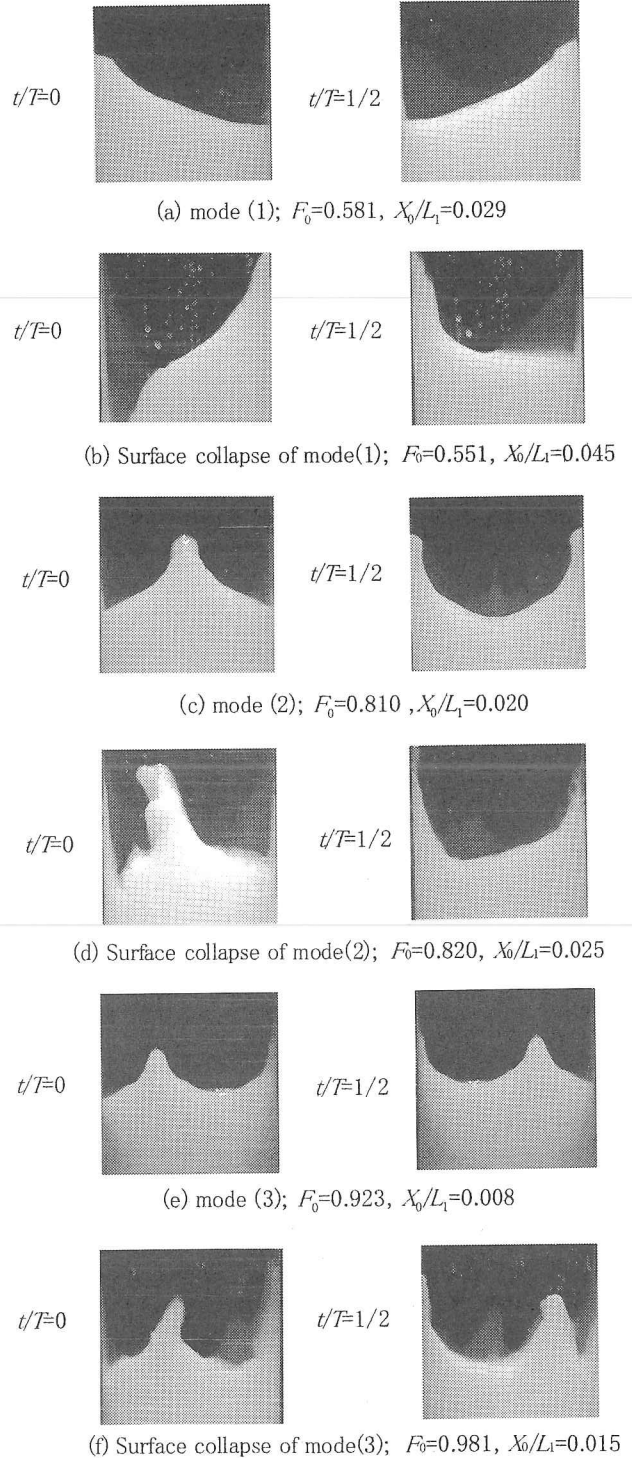


Fig. 6 Visualization of modes.

2次元容器において各モードの実験で発生する領域と数値解析で求められた領域はほぼ一致しており、数値解析の有効性が見られる。また、加振振幅を上げていくと液面の崩壊がおこる。ここで安定した波がでている各モード液面状態と液面の崩壊が起こっている各モードの液面状態の可視化写真を Fig. 6 に示す。

3. 2スケール効果

2次元容器において L_1 を変化させてスケールの変化が液面振幅に及ぼす影響を調べた。Fig. 7~9 にモード別に励起振幅と液面振幅の関係を示す。縦軸は X_L/L_1 で、 X_L は液面振幅である。横軸は X_0/L_1 である。パラメータ Bo は、次式で表される無次元数である。

$$Bo = \frac{\rho g L_1^2}{\sigma} \quad (7)$$

ここで、 ρ [kg/m³] は流体の密度、 g [m/s²] は重力加速度、 σ [N/m] は流体の表面張力である。 ω_m は各モードの固有角振動数である。

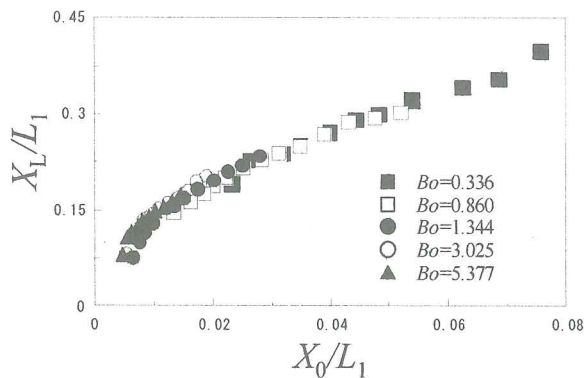


Fig. 7 Relation between amplitude liquid surface X_0/L_1 and X_L/L_1 on mode(1); $\omega/\omega_m=2.00$.

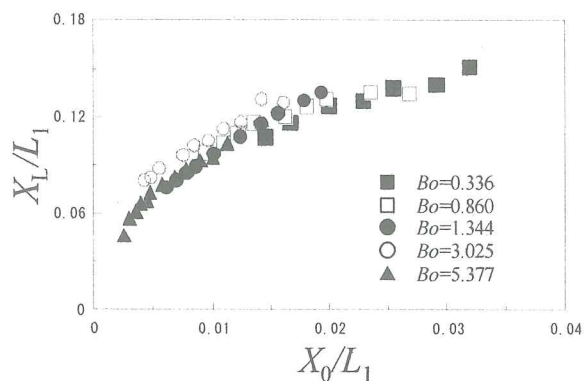


Fig. 8 Relation between amplitude liquid surface X_0/L_1 and X_L/L_1 on mode(2); $\omega/\omega_m=2.00$.

今回の実験では容器内流体は水に限定しているので Bo が大きいということは、容器サイズが大きいということである。Fig. 7~9 より $Bo = 0.336 \sim 5.377$ の範囲においては液面振幅に対してスケール効果は見られない。しかし、発生領域においてはスケール効果がみられ Bo が大きいほど低い励起振幅をあたえてやるだけで波が発生し、液面の崩壊も低

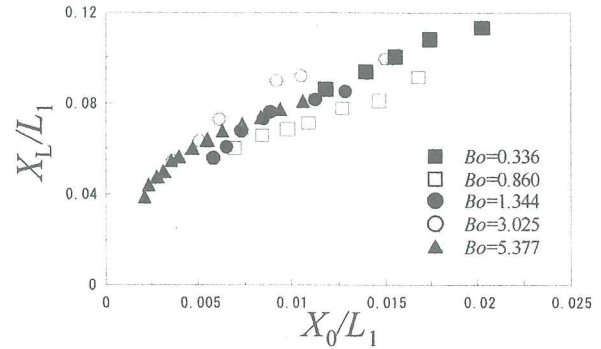


Fig. 9 Relation between amplitude liquid surface X_0/L_1 and X_L/L_1 on mode(3); $\omega/\omega_m=2.00$.

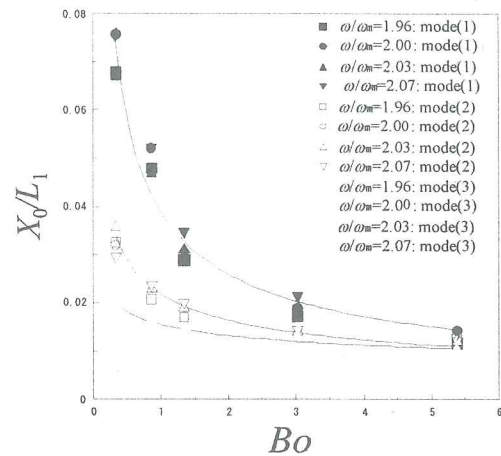


Fig. 10 The maximum community of the generating range.

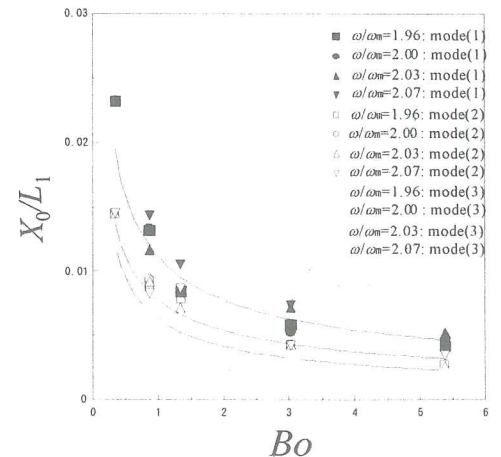


Fig. 11 The minimum community of the generating range.

い励起振幅で起こる。これは容器のサイズが大きくなったことにより粘性力に対する慣性力の影響が大きくなったためであると考えられる。横軸に Bo , 縦軸に液面の崩壊する X_0/L_1 をとったものを Fig. 10 に示す。横軸に Bo , 縦軸にモードが発生する下限の X_0/L_1 をとったものを Fig. 11 に示した。

3. 3 仮想粘性を用いた液面振幅予測

Fig. 12 は 2 次元容器での仮想粘性を考慮し, 仮想粘性係数 $C=0.3$ を与え離散特異点法を用いて数値解析をした結果である。モード(1)における液面の垂直変化について時間歴応答を示したものである。 η は液面の高さである。この図から非粘性では発散する液面振幅が, 時間が十分に経過していない段階では拡大し続けているが, ある程度まで液面振幅が大きくなった段階で最大液面振幅が一定になり, 有限振幅のまま運動を繰り返すという現象を確認することができる。よって, 仮想粘性を考慮した数値解析は, 液面振幅が発散することなく, 非粘性で行っていた数値解析より極めて実験に近い現象をシミュレ

ートできていることがわかる。また, 振幅が下がったときよりも上がったときのほうが大きく, 液面運動の非線形性も現れている。

Fig. 13 は, 各モードにおける X_0/L_1 と仮想粘性係数 C の関係を示したものである。仮想粘性係数 C は, C を 0.005 刻みで解析を行い, 各 X_0/L_1 における実験値の X_0/L_1 に近くなったものを選んだ。加振振幅の変化に対して仮想粘性も大きくなり, 仮想粘性係数 C は一定値ではないということがわかる。

Fig. 13 の仮想粘性係数 C を最小自乗法を用いて次式で近似した。

$$C = 0.549 Fr^{0.938} Re^{0.0207} \left(\frac{X_0}{L_1} \right)^{0.514} \left(2.0 - \frac{1}{2} \frac{\omega}{\omega_m} \right)^{2.2097} \quad (8)$$

ここで, $Fr = \omega \sqrt{\frac{L_1}{g}}$, $Re = \frac{\rho L_1^2 \omega}{\mu}$, μ は粘度である。

有効範囲は $1.00 \times 10^{-2} < X_0/L_1 < 3.54 \times 10^{-2}$ である。また, 誤差は最大で 4.73%, 平均で 2.09% であった。

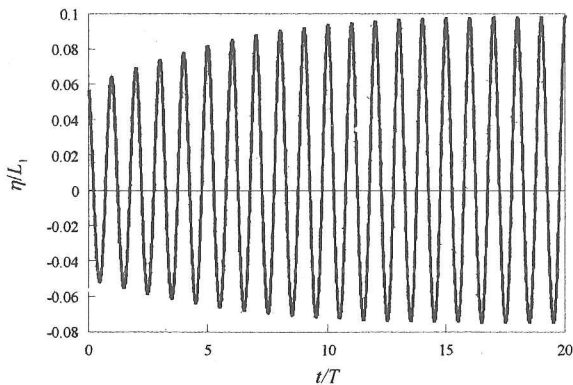


Fig. 12 Time histories of η with viscous damping; mode(1), $X_0/L_1 = 0.01$, $F_0 = 0.57$, $C = 0.3$.

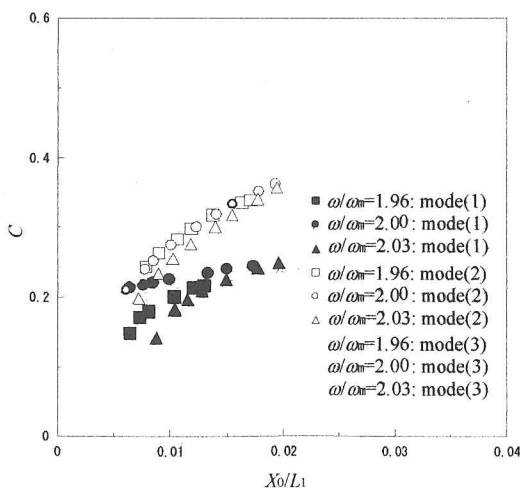
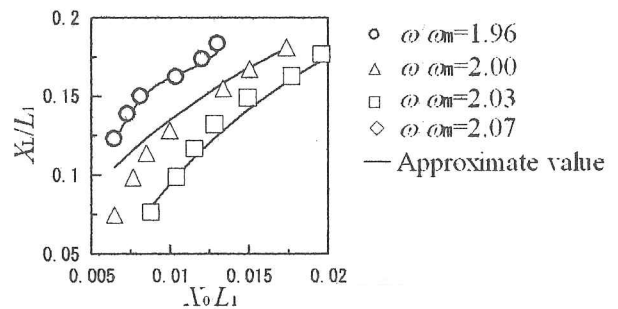
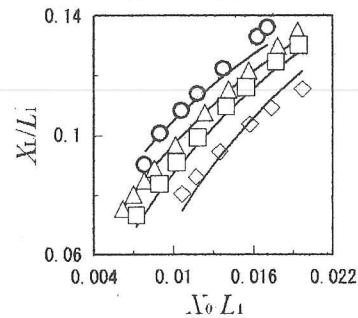


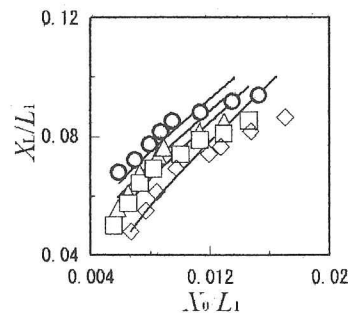
Fig. 13 Damping factor C against X_0/L_1 ; $B_0 = 1.344$.



(a) mode(1)



(b) mode(2)



(c) mode(3)

Fig. 14 Approximate value of X_0/L_1 ; $B_0 = 1.344$.

Fig. 14 は、実験値と近似式(8)により求めた C を用いて数値解析により X_1/L_1 を算出した値を実線で書き加えた図ある。横軸に X_1/L_1 、縦軸に X_0/L_1 にとった。この図より仮想粘性係数の近似式(8)より数値的に求めた液面振幅 X_1/L_1 はほぼ実験値と一致しており、有限振幅値をシミュレーションから予測することが可能となった。

4. 結言

- 1) 容器サイズを変化させても液面振幅の影響はみられずスケール効果がないことがわかった。
- 2) 容器サイズを変化させると容器が大きいほど低い励起振幅でモードが発生することがわかり、発生領域においてはスケール効果がみられた。
- 3) 有限振幅値の実験値と比較して求めた仮想粘性係数の近似式をたて、数値計算により液面振幅を求めることができた。

本研究は舞鶴高専機械工学科平成17年度研究奨励金の支援を一部受けた。ここに記して謝意を表す。

参考文献：

- 1) 中山司, 鷲津久一郎: 有限要素法によるスロッシングの非線型解析, 日本航空宇宙学会誌 27-310, pp. 576-584, 1979.
- 2) M. Faraday: On the forms and states assumed by fluids in contact with vibrating elastic surfaces, Philos. Trans., pp. 319-340, 1831.
- 3) 池田駿介, 山坂昌成, 武藤聡, 平井克明: 鉛直振動を受ける円筒容器内の二層液体界面に発生する内部波とその発生限界, 土木学会論文報告集, 第381号, pp. 65-75, 1987.
- 4) T. B. Benjamin and F. Ursell: The stability of the plane free surface of a liquid in vertical periodic motion, Proc. Roy. Soc., A225, pp. 505-515, 1954.
- 5) F. T. Dodge, D. D. Kana and H. N. Abramson: Liquid surface oscillations in longitudinally excited rigid cylindrical containers, AIAA Journal, Vol. 3-4, pp. 685-695, 1965.
- 6) C. R. Gerlach: Surface disintegration of liquid in longitudinally excited containers, Journal Spacecraft Rockets, pp. 553-560, 1968.
- 7) H. Hashimoto and S. Sudo: Dynamic behavior of liquid free surface in a cylindrical container subject to vertical vibration, Bulletin of JSME, 27-227, pp. 923-930, 1984.
- 8) H. Hashimoto and S. Sudo: Violent liquid sloshing in vertically excited cylindrical containers, Experimental Thermal and Fluid Science, 1, pp. 159-169, 1988.
- 9) 天野研, 小泉真, 山川正剛: 境界要素法による三次元スロッシング解析, 日本機械学会論文集 56-523, B, pp. 684-689, 1990.
- 10) 中山司, 田中宏明: 自由表面を有する非粘性非圧縮性流体の動的挙動の数値解析, 京都大学数理解析研究所講究録 724, pp. 42-57, 1990.
- 11) 登坂宣好, 杉野隆三郎, 川端久善: 完全流体における自由表面問題の境界要素解析, 京都大学数理解析研究所講究録 724, pp. 58-86, 1990.
- 12) 田中宏明, 中山司: 三次元貯槽内の非線型スロッシングに対する境界要素解法, 日本機械学会論文集 57-538, B, pp. 1934-1940, 1991.
- 13) 天野研, 岩野龍一郎: 噴流を伴う容器内のスロッシング現象の実験と解析, 日本機械学会論文集 57-538, B, pp. 1947-1954, 1991.
- 14) 天野研, 山川正剛: 境界要素法による三次元スロッシング解析, 日本機械学会論文集 57-540, B, pp. 2791-2797, 1991.
- 15) 谷川博哉, 平田勝哉, 杉本貴邦, 吉田季史: 離散特異点法によるスロッシングの数値シミュレーション, 機械学会論文集, 66-645, B, pp. 1303-1310, 2000.
- 16) 谷川博哉, 北野達也, 舟木治郎, 平田勝哉: 基本的多角形断面柱容器内のスロッシングモードと有限振幅効果, 機械学会論文集, 69-684, B, pp. 1854-1861, 2003.
- 17) 谷川博哉・平田勝哉・山角竜, 浅田聡・北野達也: 離散特異点法による二次元矩形容器内縦スロッシングの数値解析, 舞鶴工業高等専門学校紀要 第37号, pp. 7-14, 2002.

(2006.9.4 受付)

Prediction of Liquid Free Surface Amplitude of Two-Dimensional Vertical Sloshing

Hirochika TANIGAWA, Yoshifumi TANIGAWA,
Katsuya HIRATA and Jiro FUNAKI,

ABSTRACT: In this study, we report the relationship liquid free surface amplitude between various parameters on 2D vertical sloshing. Then, we propose an approximation formula to predict the surface amplitude. The formula is based on a discrete singularity method with a damping factor.

Key Words: Sloshing, Discrete Singularity Method, Free Surface.