

量子化合意問題における動的量子化器の性能解析

南 裕樹¹

要旨：本論文では、複数のエージェントが互いに情報交換をしながら同一の状態値に収束する合意問題に注目する。従来の合意問題では、エージェント間で交換される情報が連続値であることを前提としているが、本論文では、交換される情報が離散値となる場合を考える。そのような場合、連続値から離散値への変換誤差（量子化誤差）がシステムの振る舞いに影響を与える。そこで本論文では、連続値を離散値に変換する量子化器の性能を解析する。具体的には、あるクラスの量子化器を含むシステムのエージェントの状態値と理想的なシステムの状態値の差を評価し、その差の上界を量子化器とネットワーク構造のパラメータで表す。

キーワード：マルチエージェントシステム、合意問題、量子化、動的量子化器

1. はじめに

複数の移動体（以下、エージェント）が協調してあるタスクを達成することを目的とした制御が協調制御であり、その代表的な問題のひとつに合意問題がある¹⁾⁴⁾。ここでの合意とは、すべてのエージェントの状態が最終的に同一の値に収束することを意味し、これを各エージェントが通信路で結ばれた近傍のエージェントのみと情報をやりとりすることによって達成することが合意問題の目標である。合意問題は、協調制御に限らず、負荷分散などの分野にも現れ、広く研究がなされているが、多くの研究では、エージェント間で交換される情報が連続的な値（実数値）であることを前提としている。

これに対して、エージェントの状態に関する情報が離散的な値に制限される場合もある⁵⁾⁷⁾。たとえば、データレートが制限されたネットワーク通信路を用いて情報をやり取りする場合には、連続値を離散値に変換（量子化）する必要がある。このような離散値が交換される状況では、連続値を離散値に変換する際に生じる量子化誤差がエージェントの合意形成に影響を与える。つまり、離散値への変換に用いる量子化器の性能が重要となる。

そこで本論文では、エージェント間で量子化された値が交換されるという仮定のもとでの合意問題（量子化合意問題と呼ぶ）に焦点をあて、あるクラスの量子化器の性能解析を行う。具体的には、量子化器を含むシステムにおけるエージェントの状態値と離散値制約のない理想的な状況でのエージェントの状態値との差を評価し、その差の上界を、量子化器とネットワーク構造を特徴づけるパラメータで表す。この結果を用いれば、量子化器がエージェントの振る舞いに与える影響を知ることができる。

[表記] \mathbb{R} は実数、 \mathbb{R}_+ は正の実数、 \mathbb{N} は自然数の集合である。また、行列 $M := \{M_{ij}\}$ に対して、 $\text{abs}(M) := \{|M_{ij}|\}$ とする。さらに、ベクトル x 、ベクトル列 X 、行列 M に対し、 $\|x\|$ 、 $\|X\|$ 、 $\|M\|$ でそれらの ∞ ノルムを表すことにする。

2. 合意問題

2.1 準備（従来の合意問題）

一般に、合意問題では、エージェント間のネットワーク構造を **Fig. 1 (a)** のようなグラフで表す。グラフの各頂点がエージェントであり、辺がエージェント間の通信を表している（辺の向きは通信の方向を意味する）。 N 個の頂点の集合を $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ 、辺の集合を $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ で表すとき、グラフ \mathcal{G} は $\mathcal{G} := (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ と定義される。また、エージェント i の近傍 \mathcal{N}_i を $\mathcal{N}_i := \{j \in \mathcal{V} | (j, i) \in \mathcal{E}\}$ と定義する。 \mathcal{N}_i は i 番目のエージェントに情報を送信する自分以外のエージェントの集合である。**Fig. 1 (a)** の場合、 $\mathcal{V} = \{1, 2, 3, 4\}$ 、 $\mathcal{E} = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (4, 1)\}$ であり、各エージェントの近傍はそれぞれ、 $\mathcal{N}_1 = \{4\}$ 、 $\mathcal{N}_2 = \{1\}$ 、 $\mathcal{N}_3 = \{2\}$ 、 $\mathcal{N}_4 = \{3\}$ である。

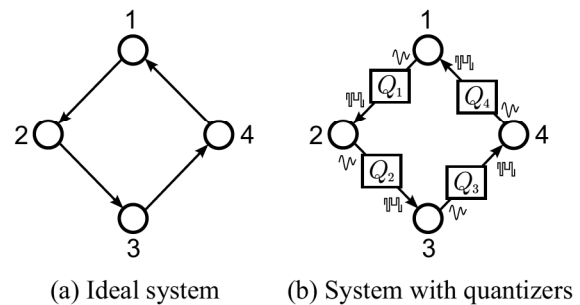


Fig. 1 Examples of directed graph

¹舞鶴工業高等専門学校 電子制御工学科 助教

本論文では、つぎのダイナミクスをもつ N 個の

エージェントを考える.

$$x_i(k+1) = x_i(k) + u_i(k) \quad (1)$$

ここで, $i = 1, 2, \dots, N$ であり, $x_i \in \mathbb{R}$ はエージェント i の状態 ($x_i(0) = x_{i0} \in \mathbb{R}$), $u_i \in \mathbb{R}$ は制御入力である. 入力 u_i は, 分散制御器

$$u_i(k) = \sum_{j \in N_i} \varepsilon(x_j(k) - x_i(k)) \quad (2)$$

によって与えられるとする. ここで, $\varepsilon > 0$ はステップサイズである. このとき, $x := [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]^T \in \mathbb{R}^N$ ($x(0) = x_0 := [x_{10} \ x_{20} \ \dots \ x_{N0}]^T$) とすると, エージェント全体のダイナミクスは

$$x(k+1) = (I - \varepsilon(D - A))x(k) =: Px(k) \quad (3)$$

となる. ただし, A は隣接行列, D は次数行列であり, **Fig. 1 (a)** の場合, つぎのように書ける.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

もし, グラフ \mathcal{G} が強連結かつ平衡ならば, 合意 ($x_1 = x_2 = \dots = x_N$) が漸近的に達成され, 最終的な収束値は初期値の平均値となる.

例 1 (1) 式のダイナミクスをもつ 4 体のエージェントを考える. 分散制御則は (2) 式とし, エージェント間のネットワーク構造は **Fig. 1 (a)** で表されるものとする. 初期値を $x_0 := [3.1 \ 7.2 \ 4.8 \ 0.9]^T$, ステップサイズを $\varepsilon := 0.1$ としたとき, エージェントの状態の振る舞いは **Fig. 2** となる. すべての状態が同一の値に収束し, その値が初期値の平均値 $(3.1 + 7.2 + 4.8 + 0.9)/4 = 4$ であることがわかる. ■

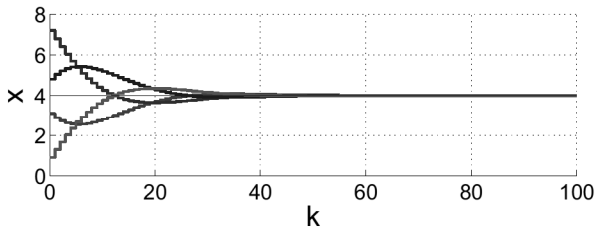


Fig. 2 Response of system with (2) and **Fig. 1 (a)**

2.2 量子化合意問題

本論文では, **Fig. 1 (b)** に示されるように, 量子化された情報がエージェント間で交換される状況を考える. Q_i ($i = 1, 2, \dots, N$) は量子化器を表しており, 連続値を四捨五入的に丸めて, 離散値に変換するのである (具体的な形は後述する).

量子化合意問題を考えるために, まず, (1) 式のダイナミクスをもつエージェントに対して, つぎの 2 つの制御則を与える.

$$\text{(制御則 1)} \quad u_i(k) = \sum_{j \in N_i} \varepsilon(v_j(k) - x_i(k)) \quad (5)$$

$$\text{(制御則 2)} \quad u_i(k) = \sum_{j \in N_i} \varepsilon(v_j(k) - v_i(k)) \quad (6)$$

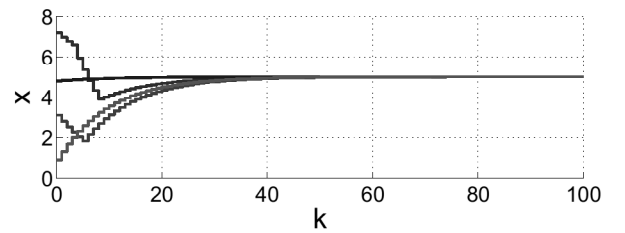
ただし, v_j は x_j の数値を四捨五入的に丸めた離散値をとる. このとき, 制御則 1 と制御則 2 を用いたときのエージェント全体のダイナミクスは, それぞれ

$$x(k+1) = (I - \varepsilon D)x(k) + \varepsilon Av(k) \quad (7)$$

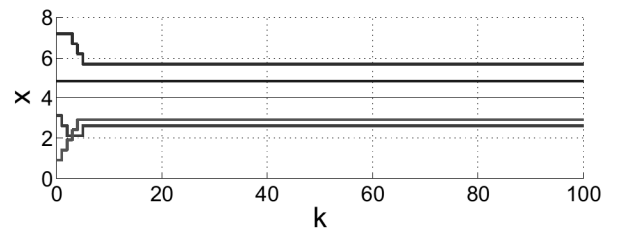
$$x(k+1) = x(k) + \varepsilon(A - D)v(k) \quad (8)$$

となる (ただし, $v := [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_N]^T$ である).

例 2 (5) 式の制御則 1 と (6) 式の制御則 2 を用いた場合のエージェントの振る舞いを **Fig. 3** に示す. ただし, Q_i ($i = 1, 2, 3, 4$) は量子化幅を 5 とした単純な四捨五入であるとし, その他の初期値等の条件は **例 1** と同じとする. **Fig. 3 (a)** は制御則 1 を用いた場合の結果であり, これより, 各エージェントは 5 に収束していることがわかる. また, **Fig. 3 (b)** は制御則 2 を用いた場合の結果であり, これより, エージェントが同一の値に収束していないことが確認できる. ネットワーク構造は **例 1** と同じであるため, すべてのエージェントは初期値 x_0 の平均値に収束するはずであるが, エージェント間で交換される情報が離散値であるため, 理想的なエージェントの振る舞いが達成されない. ■



(a) Response of system with (5) and **Fig. 1 (b)**



(b) Response of system with (6) and **Fig. 1 (b)**

Fig. 3 Simulation results

この例からわかるように、量子化器を用いることで量子化誤差の影響を受け、性能劣化が生じる。これは、量子化で生じる量子化誤差の影響が無視できないこと意味する。したがって、量子化によりどの程度、性能劣化が生じるかを定量的に解析することが必要である。本論文ではこの点を検討する。

3. 問題設定

本論文では、量子化合意問題において、つぎの動的量子化器の性能を解析する。

$$Q_i : \begin{cases} \xi_i(k+1) = a\xi_i(k) + b(v_i(k) - x_i(k)), \\ v_i(k) = q[c\xi_i(k) + x_i(k)] \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 $\xi_i \in \mathbb{R}$ は量子化器 Q_i の状態であり、 $a, b, c \in \mathbb{R}$ は定数、初期値は $\xi_i(0) = 0$ である。 $v_i(k) \in \{0, \pm d, \pm 2d, \dots\}$ は離散値であり、 $x_i \in \mathbb{R}$ を d 刻みで量子化したものである。なお、 $q[\cdot]$ は、Fig. 4 に示す形の一様量子化器である。つまり、この動的量子化器は、量子化幅が d の静的量子化器 q にメモリ (状態) を持たせたものである。

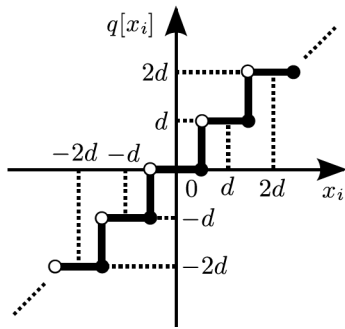


Fig. 4 Uniform quantizer

本論文では、グラフ \mathcal{G} に対してつぎの仮定をおく。

(A1) グラフ \mathcal{G} は平衡かつ強連結である。

前節で述べたように、(A1) のもとでは、理想的な状況下で合意が達成され、すべてのエージェントの状態は初期値の平均値に収束する。しかしながら、量子化器が含まれる場合には、量子化誤差の影響から、エージェントの振る舞いが変化する。そこで本論文では、初期値の平均値近傍への収束を考え、つぎの評価関数のもとで、量子化器を用いたことによる振る舞いの変化を評価する。

$$E(Q) := \sup_{x_0 \in \mathbb{R}^N} \|X_Q(x_0) - X(x_0)\| \quad (10)$$

ただし、 $X_Q := \{x_Q(1), x_Q(2), \dots, x_Q(T)\} \in \mathbb{R}^{NT}$, $X := \{x(1), x(2), \dots, x(T)\} \in \mathbb{R}^{NT}$ であり、 $T \in \mathbb{N}$ は終端時刻である。 x_Q は量子化器を含むシステム

の状態 (全エージェントの状態)、 x は離散値制約の無い理想的なシステムの状態を表している。このとき、つぎの2つの問題を考える。

問題 1 (1) 式のダイナミクスをもつ N 個のエージェントに対して、(5) 式の制御則が与えられ、グラフ \mathcal{G} が (A1) を満たすとする。初期値 $x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^N$ および (9) 式の動的量子化器 $Q := (Q_1, Q_2, \dots, Q_N)$ が与えられたとき、 $E(Q)$ の値を計算せよ。 ■

問題 2 (1) 式のダイナミクスをもつ N 個のエージェントに対して、(6) 式の制御則が与えられ、グラフ \mathcal{G} が (A1) を満たすとする。初期値 $x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^N$ および (9) 式の動的量子化器 $Q := (Q_1, Q_2, \dots, Q_N)$ が与えられたとき、 $E(Q)$ の値を計算せよ。 ■

問題 1 は制御則 1 における量子化器の性能解析であり、問題 2 は制御則 2 における量子化器の性能解析である。これらの解を得ることによって、量子化器がエージェントの合意形成に与える影響を定量的に測ることができる。具体的には、エージェントの振る舞いが、どの程度理想的な状況から変化するかわることができる。

4. 性能解析

4.1 制御則 1 における性能解析

ここでは、問題 1 の解を与える。まず、量子化誤差に関する変数を $w(k) := q[c\xi(k) + x(k)] - (c\xi(k) + x(k))$ ($\|w\| \leq d/2$) と定義する。ただし、 $\xi := [\xi_1 \ \xi_2 \ \dots \ \xi_N]^T \in \mathbb{R}^N$ である。

このとき、制御則 1 を用いた場合のエージェント全体のダイナミクスは、(1), (5), (9) 式より

$$\begin{bmatrix} x_Q(k+1) \\ \xi(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & \varepsilon c A \\ 0 & (a + bc) I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_Q(k) \\ \xi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon A \\ b I \end{bmatrix} w(k) \quad (11)$$

となる。したがって、時刻 k での状態 x_Q は、

$$\begin{aligned} x_Q(k) &= [I \ 0] \begin{bmatrix} P & \varepsilon c A \\ 0 & (a + bc) I \end{bmatrix}^k \begin{bmatrix} x_Q(0) \\ \xi(0) \end{bmatrix} \\ &+ \sum_{l=0}^{k-1} [I \ 0] \begin{bmatrix} P & \varepsilon c A \\ 0 & (a + bc) I \end{bmatrix}^l \begin{bmatrix} \varepsilon A \\ b I \end{bmatrix} w(k-1-l) \end{aligned} \quad (12)$$

と書くことができる。一方、理想的な状況でのエージェント全体のダイナミクスは

$$x(k+1) = P x(k) \quad (13)$$

となる。これより

$$x(k) = P^k x(0) \quad (14)$$

が得られるので、時刻 k での状態の差は次式で与えられる ($x_Q(0) = x(0)$, $\xi(0) = 0$) .

$$\begin{aligned} x_Q(k) - x(k) &= \sum_{l=0}^{k-1} [I \ 0] \begin{bmatrix} P & \varepsilon c A \\ 0 & (a+bc)I \end{bmatrix}^l \begin{bmatrix} \varepsilon A \\ bI \end{bmatrix} w^{(k-1-l)} \end{aligned} \quad (15)$$

これを用いると、問題 1 の解がつぎのように与えられる。

定理 1 N 個のエージェントに対して、(5) 式の制御則と任意の量子化幅 d が与えられるとする。このとき、評価関数 $E(Q)$ の上界は次式となる。

$$\varepsilon \left\| \sum_{l=0}^{T-1} \text{abs} \left(P^l A + cb \sum_{m=0}^{l-1} (a+bc)^{l-1-m} P^m A \right) \right\| \frac{d}{2} \quad (16)$$

□

証明 1 (15) 式と $\|w\| \leq d/2$ より

$$\begin{aligned} \|x_Q(k) - x(k)\| &\leq \left\| \sum_{l=0}^{k-1} \text{abs} \left([I \ 0] \begin{bmatrix} P & \varepsilon c A \\ 0 & (a+bc)I \end{bmatrix}^l \begin{bmatrix} \varepsilon A \\ bI \end{bmatrix} \right) \right\| \frac{d}{2} \\ &= \varepsilon \left\| \sum_{l=0}^{k-1} \text{abs} \left(P^l A + cb \sum_{m=0}^{l-1} (a+bc)^{l-1-m} P^m A \right) \right\| \frac{d}{2} \end{aligned} \quad (17)$$

が得られる。ここで右辺の第 1 項と第 2 項のすべての要素は非負であるので、 $k \in \mathbb{N}$ に対して (17) 式の右辺は単調非減少である。したがって、(17) 式の右辺は終端時刻 $k = T$ で最大となり、つぎの関係式を得る。

$$\begin{aligned} &\sup_{x_0 \in \mathbb{R}^N} \sup_{k \in \{1, 2, \dots, T\}} \|x_Q(k) - x(k)\| \\ &\leq \varepsilon \left\| \sum_{l=0}^{T-1} \text{abs} \left(P^l A + cb \sum_{m=0}^{l-1} (a+bc)^{l-1-m} P^m A \right) \right\| \frac{d}{2} \end{aligned}$$

上式の左辺が $E(Q)$ に等しいことに注意すれば、(16) 式が $E(Q)$ の上界となる。 □

定理 1 で与えた $E(Q)$ の上界によって、量子化器がエージェントの振る舞いに与える影響を見積もることができる。

定理 1 の特別なケースを考えてみる。まず、(9) 式において $a := 0$, $b := 0$, $c := 0$ としたとき、つまり、 $Q_i : v_i = q[x_i(k)]$ ($i = 1, 2, \dots, N$) の場合では、

$$E(Q) \leq \varepsilon \left\| \text{abs}(A) + \sum_{l=1}^{T-1} \text{abs}(P^l A) \right\| \frac{d}{2} \quad (18)$$

となる。さらに、 $a := 1$, $b := 1$, $c := -1$ としたとき、つまり、動的量子化器 Q_i ($i = 1, 2, \dots, N$) が

$$Q_i : \begin{cases} \xi_i(k+1) = \xi_i(k) + v_i(k) - x_i(k), \\ v_i(k) = q[-\xi_i(k) + x_i(k)] \end{cases} \quad (19)$$

の形の場合では、

$$E(Q) \leq \varepsilon \left\| \text{abs}(A) + \varepsilon \sum_{l=1}^{T-1} \text{abs}(P^{l-1}(D-A)A) \right\| \frac{d}{2} \quad (20)$$

となる。

例 3 **Fig. 1 (b)** のネットワーク構造で結合された 4 個のエージェントに対し、初期値を $x_0 := [3.1 \ 7.2 \ 4.8 \ 0.9]^\top$ 、ステップサイズを $\varepsilon := 0.1$ 、量子化幅を $d := 5$ 、終端時刻を $T := 100$ とする。

(5) 式の制御則 1 において静的量子化器 $Q_i : v_i = q[x_i]$ を用いたときの結果を **Fig. 3 (a)** に示す。このとき、最大の状態の差は $\|X_Q - X\| = 1.09$ であり、 $E(Q)$ の上界 ((18) 式の右辺) は 25 であった。さらに、(19) 式の動的量子化器を用いたときの結果を **Fig. 5** に示す。最大の状態の差は $\|X_Q - X\| = 0.320$ であり、また、 $E(Q)$ の上界 ((20) 式の右辺) は 0.751 であった。以上の結果より、定理 1 の結果を用いれば、量子化器の影響をやや保守的ではあるが見積もることができる。 ■

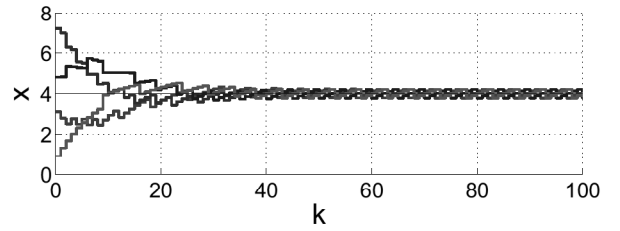


Fig. 5 Response of system with (5) and (9)

4.2 制御則 2 における性能解析

ここでは、問題 2 の解を与える。 $w(k) := q[c\xi(k) + x(k)] - (c\xi(k) + x(k))$ ($\|w\| \leq d/2$) を用いると、制御則 2 を用いた場合のエージェント全体のダイナミクスは (1), (6), (9) 式より、

$$\begin{bmatrix} x_Q(k+1) \\ \xi(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & -\varepsilon c L \\ 0 & (a+bc)I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_Q(k) \\ \xi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\varepsilon L \\ bI \end{bmatrix} w(k) \quad (21)$$

と表される。ただし、 $L := D - A$ である。したがって、時刻 k での状態 x_Q は、

$$x_Q(k) = [I \ 0] \begin{bmatrix} P & -\varepsilon cL \\ 0 & (a+bc)I \end{bmatrix}^k \begin{bmatrix} x_Q(0) \\ \xi(0) \end{bmatrix} + \sum_{l=0}^{k-1} [I \ 0] \begin{bmatrix} P & -\varepsilon cL \\ 0 & (a+bc)I \end{bmatrix}^l \begin{bmatrix} -\varepsilon L \\ bI \end{bmatrix} w(k-1-l) \quad (22)$$

となる．一方，理想的な状況では，(14)式が得られるので，時刻 k での状態の差は次式で与えられる．

$$x_Q(k) - x(k) = \sum_{l=0}^{k-1} [I \ 0] \begin{bmatrix} P & -\varepsilon cL \\ 0 & (a+bc)I \end{bmatrix}^l \begin{bmatrix} -\varepsilon L \\ bI \end{bmatrix} w(k-1-l) \quad (23)$$

これを用いると，問題 2 の解がつぎのように与えられる．

定理 2 N 個のエージェントに対して，(6)式の制御則と任意の量子化幅 d が与えられるとする．このとき，評価関数 $E(Q)$ の上界は次式となる．

$$\varepsilon \left\| \sum_{l=0}^{T-1} \text{abs} \left(P^l L + cb \sum_{m=0}^{l-1} (a+bc)^{l-1-m} P^m L \right) \right\| \frac{d}{2} \quad (24)$$

□

証明 2 定理 1 と同様の方法で示される． □

定理 2 で与えた $E(Q)$ の上界によって，量子化器がエージェントの振る舞いに与える影響を見積もることができる．

定理 2 の特別なケースを考えてみよう．まず，静的量子化器 ($a := 0, b := 0, c := 0$) の場合では，

$$E(Q) \leq \varepsilon \left\| \text{abs}(L) + \sum_{l=1}^{T-1} \text{abs}(P^l L) \right\| \frac{d}{2} \quad (25)$$

となる．一方，(19)式の動的量子化器 ($a := 1, b := 1, c := -1$) の場合では，

$$E(Q) \leq \varepsilon \left\| \text{abs}(L) + \varepsilon \sum_{l=1}^{T-1} \text{abs}(P^{l-1} L^2) \right\| \frac{d}{2} \quad (26)$$

となる．

例 4 Fig. 1 (b) のネットワーク構造で結合された 4 個のエージェントに対し，初期値を $x_0 := [3.1 \ 7.2 \ 4.8 \ 0.9]^T$ ，ステップサイズを $\varepsilon := 0.1$ ，量子化幅を $d := 5$ ，終端時刻を $T := 100$ とする．

制御則 2 において静的量子化器 $Q_i : v_i = q[x_i]$ を用いたときの結果を Fig. 3 (b) に示し，動的量子化器 (19) 式を用いたときの結果を Fig. 6 に示す．静的量

子化器の場合，最大の状態の差は $\|X_Q - X\| = 2.05$ であり， $E(Q)$ の上界 ((25) 式の右辺) は 5.01 であった．一方，動的量子化器の場合，最大の状態の差が $\|X_Q - X\| = 0.479$ であり， $E(Q)$ の上界 ((26) 式の右辺) は 1.29 であった．これより，定理 2 の結果を用いることで量子化器の影響を見積もることができることが確認できる． ■

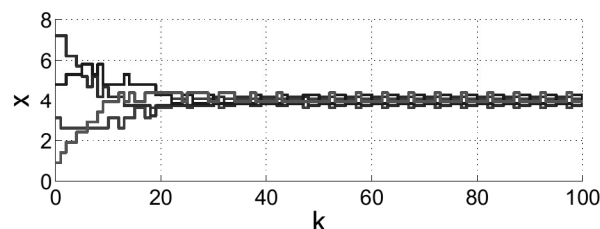


Fig. 6 Response of system with (6) and (9)

4.3 考察

ネットワーク構造の違いによって，動的量子化器の性能が変わることを定理 1 と定理 2 の結果を用いて確認する．

まず，グラフの辺の数を少なくした場合 (Fig. 1 (a)) と多くした場合 (Fig. 7 (a)) を考える．制御則 1 において動的量子化器を用いた場合，Fig. 1 (a) では $E(Q)$ の上界は 0.751 であり，Fig. 7 (a) では 1.13 である．一方，制御則 2 の場合，Fig. 1 (a) は 1.29 であり Fig. 7 (b) は 3.00 である．つまり，ネットワーク構造が密になるほど，動的量子化器を用いたときの影響は大きくなる．これは，量子化誤差をエージェント間で共有しすぎることが原因と考えられる．

つぎに，グラフの頂点の数を 3 (Fig. 7 (b))，4 (Fig. 1 (a))，5 (Fig. 7 (b)) とした場合を考える．制御則 1 を用いた場合，頂点が 3 個のとき (20) 式の右辺は 0.625，4 個では 0.751，5 個では 0.881 である．また，制御則 2 を用いた場合，頂点が 3 個のとき (26) 式の右辺は 1.16，4 個では 1.29，5 個では 1.41 である．したがって，頂点の数が増加すると量子化誤差の影響が大きくなる．これは，エージェントの数が増えることで，システム全体の量子化誤差が大きくなるためであると考えられる．

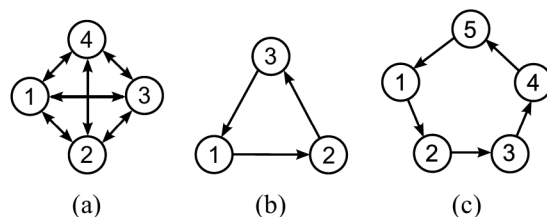


Fig. 7 Various network models

5. おわりに

本論文では、エージェント間で離散値の情報が交換されると仮定した合意問題において動的量子化器の性能を解析した。具体的には、理想的な状況でのエージェントの状態値と量子化器を用いた場合のエージェントの状態値との差を評価し、その差の上界を量子化器のパラメータおよびネットワーク構造によって特徴づけた。この結果より、量子化器がエージェントの合意に与える影響を定量的に確認することができる。また、量子化器の影響を受けにくいネットワーク構造を明らかにすることも可能である。さらに、ここでの解析テクニックを用いれば他の様々な量子化器の性能を解析できる。

謝辞：本論文の数値例の一部は、松崎貴大氏（平成22年度 舞鶴工業高等専門学校専攻科修了）に作成していただいた。

参考文献：

- 1) Ren W. and Beard R. W.: *Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control*, Springer, 2008.
- 2) Olfati-Saber R., Fax J. A., and Murray R. M.: Consensus and cooperation in networked multi-agent systems, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 95, No. 1, pp. 215–233, 2007.
- 3) 藤田, 畑中: 協制御～合意から被覆まで～, 第52回システム制御情報学会研究発表講演会, pp. 1–6, 2008.
- 4) 早川, 藤田: マルチエージェントシステムとピークルフォーメーション, 計測と制御, Vol. 46, No. 11, pp. 823–828, 2007.
- 5) Kashyap A., Başar T., and Srikan R.: Quantized consensus, *Automatica*, Vol. 43, No. 7, pp. 1192–1203, 2007.
- 6) Carli R., Fagnani F., Frasca P., and Zampieri S.: A probabilistic analysis of the average consensus algorithm with quantized communication, *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, pp. 8062–8067, 2008.
- 7) Carli R. and Zampieri S.: Efficient quantization in the average consensus problem, *Advances in Control Theory and Applications*, Vol. 353, pp. 31–49, 2007.

(2012.12.7 受付)

PERFORMANCE ANALYSIS OF DYNAMIC QUANTIZERS IN QUANTIZED CONSENSUS PROBLEM

Yuki MINAMI

ABSTRACT: This paper considers the quantized consensus problem for multi-agent systems where the quantized information is exchanged between two agents. In the problem, we analyze the performance of a class of dynamic quantizers which convert continuous-valued signal into discrete-valued one. We first evaluate the discrepancy between the behavior of quantized systems and that of ideal systems, and derive an upper bound of its discrepancy. Then, the validity of the upper bound is demonstrated by several numerical examples.

Key Words : Multi-agent system, Consensus problem, Quantization, Dynamic quantizer