1. 数学の答案を書くときに注意すべきポイントを箇条書きでまとめよ。

省略します

自分で考え しっかりと まとめて おきましょう。

2. 次の計算をせよ。

(1) $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}$ $\left(=\frac{10}{15}+\frac{3}{15}\right)$

$=\frac{10+3}{15}$

$=\frac{13}{15}$

(2) $\frac{9}{10}-\frac{11}{15}$ $\left(=\frac{27}{30}-\frac{22}{30}\right)$

$=\frac{27-22}{30}$

$=\frac{5}{30}$

$=\frac{1}{6}$

⚠ 分母を150で通分しないように

(まちがいではないが… かけすぎ)

⚠ 約分忘れに注意。

(3) $15+6\times(-2)$

$=15+(-12)$

$=3$

(4) $3(2x-4)-2(5x-1)$

$=6x-12-10x+2$

$=-4x-10$

(5) $24a^3\div(-8a^2)\times 2a$

$=\frac{24a^3\times 2a}{-8a^2}$

$=-6a^2$

(6) $2\sqrt{5}-\sqrt{27}+\sqrt{45}-3\sqrt{12}$

$=2\sqrt{5}-3\sqrt{3}+3\sqrt{5}-3\cdot 2\sqrt{3}$

$=5\sqrt{5}-9\sqrt{3}$

⚠ かけ算の記号「×」のかわりに

「・」を用いることが多い

3. 次の計算をせよ。

(1) $6x(3x+y)$

$= 18x^2 + 6xy$

(2) $5x(x-6y-8)$

$= 5x^2 - 30xy - 40x$

(3) $(5a-3b-1)\times(-4b)$

$= -20ab + 12b^2 + 4b$

(4) $(16a^2b-20ab)\div(-4a)$

$= -4ab + 5b$

(5) $(10xy^2-5xy)\div(-5x)$

$= -2y^2 + y$

(6) $(3x^2-6xy)\div\left(\frac{1}{3}x\right)$

$= (3x^2 - 6xy)\cdot\frac{3}{x}$

$= 9x - 18y$

4. 次の方程式を解け。

(1) $2x + 7 = -8x - 5$

$$10x = -12$$

$$x = -\frac{6}{5}$$

⚠ 数学では小数表記しないのが一般的

(2) $\begin{cases} 3x + y = 5 & \cdots ① \\ 2x + 3y = 1 & \cdots ② \end{cases}$

①×3−② ： $7x = 14$

$$x = 2$$

このとき ①より $y = 5 - 3x = -1$

⚠ $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ あるいは $(x, y) = (2, -1)$ と書くこともある

(3) $x^2 - 7x + 1 = 0$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{45}}{2}$$

$$= \frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

(4) $x^2 + 6x - 4 = 3x + 6$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x = 2, -5$$

5. 2つの直線 $y = -x + 5$, $y = \frac{1}{2}x + 2$ について，以下の問に答えよ。

(1) 2つの直線の交点の座標を求めよ。

$\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = \frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$ より

$$-x + 5 = \frac{1}{2}x + 2$$

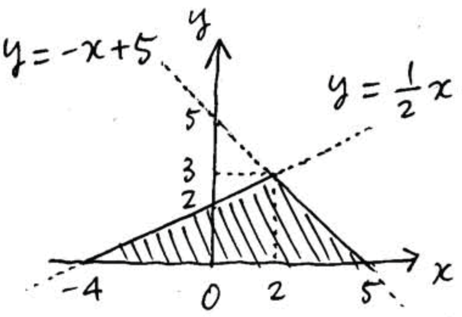
これを解いて $x = 2$

このとき $y = -x + 5 = 3$

よって交点は $(2, 3)$

⚠ 座標を答えるのでこの形。連立方程式を解いたところで止めないように

(2) 2つの直線と x 軸とで囲まれてできる三角形の面積を求めよ。

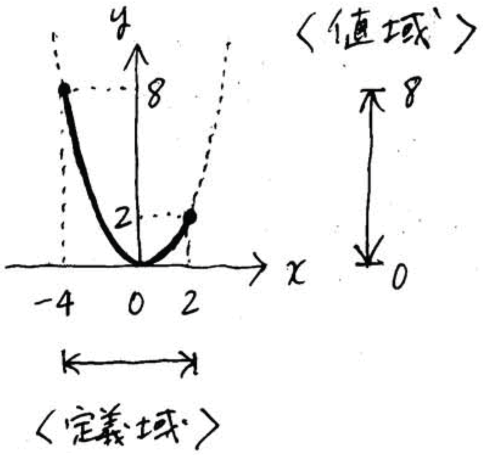


底辺　　　高さ

$$\frac{1}{2}\times\{5-(-4)\}\times 3$$

$$=\frac{27}{2}$$

6. 関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ について，x の変域 (高専数学では x の変域を<u>定義域</u>という) が $-4\leqq x\leqq 2$ であるとき，y の変域 (高専数学では y の変域を<u>値域</u>という) を求めよ。



$$0\leqq y\leqq 8$$

⚠ 定義域の端 $x=-4$ と $x=2$ のときの y の値だけで判断してはいけない

7. 関数 $y=-2x^2$ について，x の値が1から3まで増加するとき，変化の割合 (高専数学では変化の割合を<u>平均変化率</u>という) を求めよ。

$$(\text{平均変化率})=\frac{(y\text{の変化量})}{(x\text{の変化量})}$$

x が 1 から 3 まで変化するとき y は -2 から -18 まで変化するから

$$\frac{-18-(-2)}{3-1}=\frac{-16}{2}=-8$$

x	$1\to 3$
y	$-2\to -18$

などと書いたりもする

8. 次の計算をせよ。

(1) $-6-(-4)+5$

$= -6+4+5$

$= 3$

(2) $-(6x+2y)-(2x-8y)$

$= -6x-2y-2x+8y$

$= -8x+6y$

(3) $(x^2+3x-5)+(3x^2-x-6)$

$= 4x^2+2x-11$

(4) $(3x^2-4x-1)-(2x^2-6x-7)$

$= x^2+2x+6$

(5) $\dfrac{5x+2y}{6}+\dfrac{3x-y}{2}$

$$= \frac{5x+2y+3(3x-y)}{6}$$

$$= \frac{14x-y}{6}$$

⚠ 分母を払わないように。
12で通分しないように。

(6) $\dfrac{4x^2+x}{3}-\dfrac{3x^2-2x}{4}$

⚠ 符号に注意

$$= \frac{4(4x^2+x)-3(3x^2-2x)}{12}$$

$$= \frac{7x^2+10x}{12}$$

9. 次の計算をせよ。

(1) $-7^2 \times \left(-\dfrac{5}{14}\right) \div \dfrac{5}{6}$

$= -49 \cdot \left(-\dfrac{5}{14}\right) \cdot \dfrac{6}{5}$

$= \dfrac{49 \cdot 5 \cdot 6}{14 \cdot 5}$

$= 21$

⚠ -7^2 と $(-7)^2$ をまちがえないように

(2) $(-5x^3y) \div (-2x^2y)$

$= \dfrac{-5x^3y}{-2x^2y}$

$= \dfrac{5}{2}x$

(3) $2a^3 \div (-3a^2) \times 6a$

$= \dfrac{2a^3 \cdot 6a}{-3a^2}$

$= -4a^2$

(4) $5a \times (-3ab)^2 \div (9a^2b^3)$

$= \dfrac{5a \cdot 9a^2b^2}{9a^2b^3}$

$= \dfrac{5a}{b}$

(5) $(3a^2b - 9ab^2) \div \left(-\dfrac{3}{2}ab\right)$

$= (3a^2b - 9ab^2) \cdot \left(-\dfrac{2}{3ab}\right)$

$= -2a + 6b$

(6) $3(x^2 + 2x) - 2x(3x - 6)$

$= 3x^2 + 6x - 6x^2 + 12x$

$= -3x^2 + 18x$

⚠ かけ算「・」とマイナス「−」の記号が続くので必ず（　）をつけること

中学校で学んだ式の計算の法則を利用すると，次のように計算できる。

(1) $a^5 \times a^4 = (a \times a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a) = a^9$

(2) $(a^2)^3 = (a \times a) \times (a \times a) \times (a \times a) = a^6$

(3) $(ab)^3 = (ab) \times (ab) \times (ab) = (a \times a \times a) \times (b \times b \times b) = a^3b^3$

これを一般化すると，次の法則になる (高専数学では<u>指数法則</u>という)。

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$　　(2) $(a^m)^n = a^{mn}$　　(3) $(ab)^n = a^nb^n$

10. 次の計算をせよ。

(1) a^5a^7

$(= a^{5+7})$

$= a^{12}$

(2) $(a^4)^5$

$(= a^{4\times 5})$

$= a^{20}$

(3) $(a^2b^3)^4$

$(= a^{2\times 4} b^{3\times 4})$

$= a^8 b^{12}$

(4) $a^5 \div a^3$

$= \dfrac{a^5}{a^3} = a^2$

(5) $(2x^3)^4$

$= 2^4 x^{12}$

$= 16x^{12}$

(6) $(-2x^3y^4)^2$

$= (-2)^2 x^6 y^8$

$= 4x^6y^8$

11. 次の式を展開せよ。

(1) $(x+4)(x+5)$

$= x^2 + 9x + 20$

(2) $(x+5)^2$

$= x^2 + 10x + 25$

(3) $(3t-5)^2$

$= 9t^2 - 30t + 25$

(4) $(2a+3)(2a-3)$

$= (2a)^2 - 3^2$

$= 4a^2 - 9$

中学校で習った分配法則を使うと，次のような計算ができる。

$$\begin{aligned}(ax+b)(cx+d) &= ax(cx+d)+b(cx+d)\\ &= ax\times cx+ax\times d+b\times cx+b\times d\\ &= acx^2+adx+bcx+bd\\ &= acx^2+(ad+bc)x+bd\end{aligned}$$

こうして得られた公式

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

は，高専数学で<u>乗法公式</u>と呼ばれる公式の１つである。

12. 次の式を展開せよ。

(1) $(x+3)(2x-5)$

$=2x^2+x-15$

(2) $(2t+3)(4t+5)$

$=8t^2+22t+15$

(3) $(3x-1)(2x-7)$

$=6x^2-23x+7$

(4) $(2a-1)(3a-4)$

$=6a^2-11a+4$

(5) $(4x+y)(2x+3y)$

$=8x^2+14xy+3y^2$

(6) $(2x+5y)(3x-4y)$

$=6x^2+7xy-20y^2$

13. 次の式を因数分解せよ。

(1) $4ax - 6ay + 8a$

$= 2a(2x - 3y + 4)$

(2) $x^2 - 10x + 25$

$= (x-5)^2$

(3) $x^2 - 49$

$= (x+7)(x-7)$

(4) $x^2 + 7x + 6$

$= (x+1)(x+6)$

(5) $x^2 - 2x - 15$

$= (x+3)(x-5)$

(6) $x^2 + 6xy + 9y^2$

$= (x+3y)^2$

(7) $x^2 - 4y^2$

$= x^2 - (2y)^2$

$= (x+2y)(x-2y)$

(8) $25x^2 - 20x + 4$

$= (5x-2)^2$

(9) $x(x+3) - 40$

$= x^2 + 3x - 40$

$= (x-5)(x+8)$

(10) $(x+y)^2 + 3(x+y) + 2$

$= X^2 + 3X + 2$ （$x+y = X$ とおく）

$= (X+1)(X+2)$

$= (x+y+1)(x+y+2)$

（もとに戻す）

14. 次の数を素因数分解せよ。

(1) 28 $= 2^2 \times 7$

2) 28
2) 14
　　7

(2) 600 $= 2^3 \times 3 \times 5^2$

2) 600
2) 300
2) 150
3) 75
5) 25
　　5

(3) 1024 $= 2^{10}$

2) 1024
2) 512
2) 256
2) 128
2) 64
2) 32
2) 16
2) 8
2) 4
　　2

⚠ よく出てくるので結果は覚えておくとよい

15. 次の計算をせよ。

(1) $\sqrt{45}+\sqrt{20}-\sqrt{125}$

$= 3\sqrt{5}+2\sqrt{5}-5\sqrt{5}$

$= 0$

(2) $\sqrt{6}\times\sqrt{2}-\sqrt{5}\times\sqrt{15}$

$= \sqrt{12}-\sqrt{75} = 2\sqrt{3}-5\sqrt{3}$

$= -3\sqrt{3}$

($\sqrt{3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}-\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}-5\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$ としてもよい)

(3) $\sqrt{8}\times\sqrt{12}\div\sqrt{6}$

$= \sqrt{\dfrac{8\times 12}{6}}$

$= \sqrt{16}$

$= 4$

(4) $\sqrt{6}\left(\sqrt{8}-2\sqrt{18}\right)$

$= \sqrt{6}\left(2\sqrt{2}-2\cdot 3\sqrt{2}\right)$

$= \sqrt{6}\left(-4\sqrt{2}\right)$

$= -4\cdot 2\sqrt{3} = -8\sqrt{3}$

(5) $\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)^2$

$= (\sqrt{7})^2-2\sqrt{7}\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$

$= 7-2\sqrt{14}+2$

$= 9-2\sqrt{14}$

(6) $\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)$

$= (\sqrt{5})^2-2^2$

$= 5-4$

$= 1$

(7) $\sqrt{40}-\sqrt{\dfrac{5}{8}}$

$= 2\sqrt{10}-\dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$

有理化

$= 2\sqrt{10}-\dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= 2\sqrt{10}-\dfrac{\sqrt{10}}{4} = \dfrac{7\sqrt{10}}{4}$

(8) $\dfrac{21}{\sqrt{7}}-3\sqrt{2}\times\sqrt{14}$

$= \dfrac{21\sqrt{7}}{7}-3\cdot 2\sqrt{7}$

$= 3\sqrt{7}-6\sqrt{7}$

$= -3\sqrt{7}$

16. 次の方程式を解け。

(1) $x^2+3x=0$

$x(x+3)=0$

$x=0,\ -3$

⚠ $x^2+3x=0$ の両辺を

x でわって

$x+3=0$

としてはいけない（なぜか？）

(2) $(x-2)(x+5)=18$

$x^2+3x-28=0$

$(x-4)(x+7)=0$

$x=4,\ -7$

(3) $4(2x-1)-5(x+1)=6$

$3x=15$

$x=5$

(4) $(x-2)^2=2x^2+7$

$x^2+4x+3=0$

$(x+1)(x+3)=0$

$x=-1,\ -3$

(5) $x^2-4=0$

$x^2=4$

$x=\pm 2$

$\left(\begin{array}{l}(x+2)(x-2)=0\\ x=\pm 2\end{array}\right)$

(6) $(x-5)^2=9$

$x-5=\pm 3$

$x=5\pm 3$

$=8,\ 2$

(7) $x^2-3=0$

$$x^2=3$$

$$x=\pm\sqrt{3}$$

(8) $4(x+3)^2=5$

$$2(x+3)=\pm\sqrt{5}$$

$$x+3=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$x=-3\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$=\frac{-6\pm\sqrt{5}}{2}$$

(9) $2x^2+5x+1=0$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot2\cdot1}}{2\cdot2}$$

$$=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$$

(10) $x^2-4x-2=0$

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot(-2)}}{2\cdot1}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{24}}{2}=\frac{4\pm2\sqrt{6}}{2}$$

$$=2\pm\sqrt{6}$$

17. x と y を未知数とする連立方程式 $\begin{cases} a(x-2y)+12=y+b \\ 2ax-by=4 \end{cases}$ の解が $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ であるとき，定数 a と b の値を求めよ。

$x=-1$, $y=2$ を連立方程式に代入した式が成り立つから

$$\begin{cases} -5a+12=2+b \\ -2a-2b=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5a+b=10 \\ a+b=-2 \end{cases}$$

これを解いて

$$a=3,\ b=-5$$

18. 2次方程式 $x^2 - ax - 6a = 0$ の解の1つが $x = -3$ であるとき，定数 a の値と，2次方程式の他の解を求めよ。

$x = -3$ を方程式に代入した式が成り立つから

$$(-3)^2 - a(-3) - 6a = 0$$

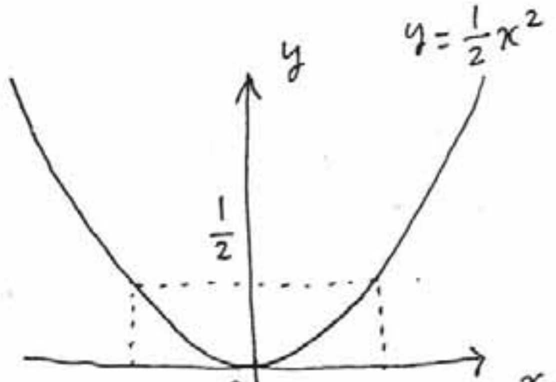
これを解いて $a = 3$ …(答)

このとき $x^2 - 3x - 18 = 0$

$$(x+3)(x-6) = 0$$

より，他の解は $x = 6$ …(答)

19. 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフを描け。



⚠ x軸，y軸（矢印付きで），原点

関数の名前，通る点

（放物線の対称性に注意）

これくらいの情報を図に

記入するように心がけましょう

20. 次の直線の方程式を求めよ。

(1) 傾きが3で，点 $(2,5)$ を通る直線。

$y = 3x + b$ とおける.

点 $(2,5)$ を通るから

$5 = 3 \times 2 + b$

$b = -1$

よって $y = 3x - 1$

(2) 直線 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ に平行で，点 $(4,-2)$ を通る直線。

求める直線の傾きも $-\frac{1}{2}$ であるから

$y = -\frac{1}{2}x + b$ とおける.

点 $(4,-2)$ を通るから

$-2 = -\frac{1}{2} \times 4 + b$

$b = 0$

よって $y = -\frac{1}{2}x$

(3) 2点 $(-1,2)$, $(2,-4)$ を通る直線。

$y = ax + b$ とする.

与えられた2点を通るから

$$\begin{cases} -a + b = 2 \\ 2a + b = -4 \end{cases}$$

$a = -2$, $b = 0$

よって $y = -2x$

（傾きは $\frac{-4-2}{2-(-1)} = -2$

より, $y = -2x + b$

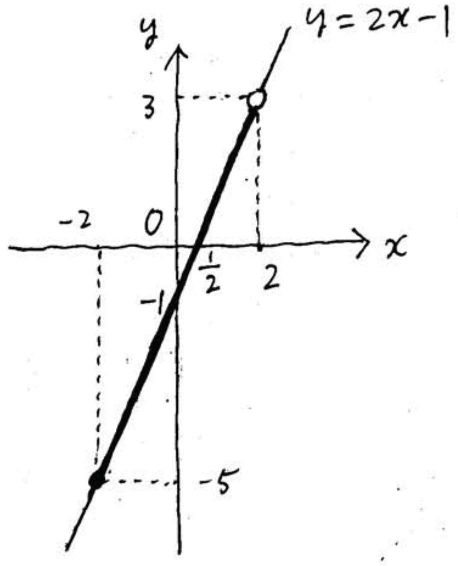
とおける. 点 $(-1,2)$ を

通ることから $b = 0$

よって $y = -2x$）

21. 次の関数についてグラフを描け。また，定義域 (x の変域) が (　　) 内であるとき，値域 (y の変域) を求めよ。

(1) $y = 2x - 1$　$(-2 \leqq x < 2)$



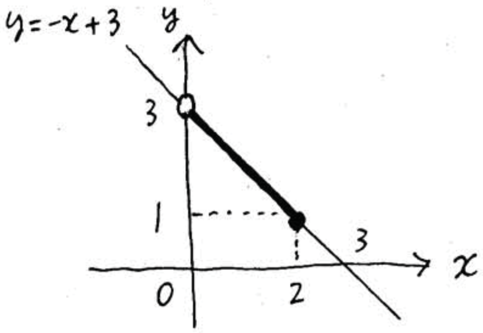
値域は

$-5 \leqq y < 3$

⚠ $x = 2$ に対応する値 $y = 3$ は値域に入らない

⚠ $x = 2$ が定義域に入っていないことを白丸「○」で表している

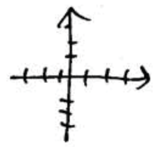
(2) $y = -x + 3$　$(0 < x \leqq 2)$



値域は

$1 \leqq y < 3$

数学におけるグラフで目盛をうつ必要はありません

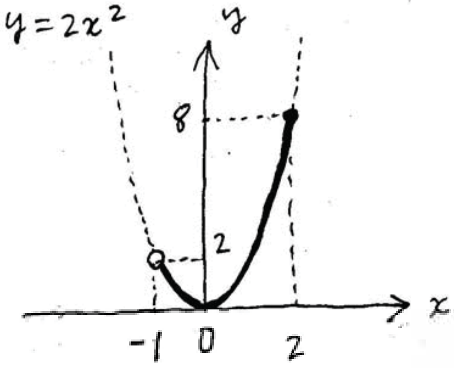


(むしろ目盛に制約されて描きづらくなることもあるし，見にくい)

x軸，y軸，原点，と，各座標軸との交点や通る点を記入すれば十分です，

22. 関数 $y = 2x^2$ の定義域が次のように定められているとき，値域を求めよ。

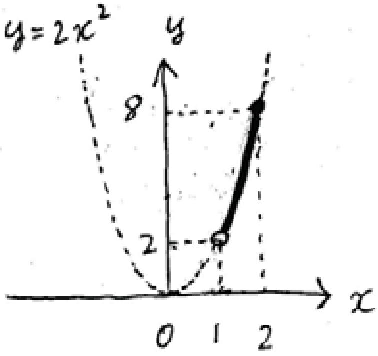
(1) $-1 < x \leqq 2$



値域は

$0 \leqq y \leqq 8$

(2) $1 < x \leqq 2$



値域は

$2 < y \leqq 8$

23. 直線 $y = -3x + 2$ と直線 $y = \frac{1}{3}x + 2$ の交点の座標を求めよ。

2直線は平行ではなく，y切片が
ともに2であるから
交点は $(0, 2)$

$\left(\begin{array}{l} \begin{cases} y = -3x + 2 \\ y = \frac{1}{3}x + 2 \end{cases} \text{より} \\ -3x + 2 = \frac{1}{3}x + 2 \\ x = 0 \\ \text{このとき } y = 2 \\ \text{よって交点は } (0, 2) \end{array} \right)$

24. 次の放物線と直線について，共有点 (交点または接点) の座標を求めよ。グラフも描け。

(1) 放物線 $y = x^2$，直線 $y = -x + 6$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = -x + 6 \end{cases}$$

$x^2 = -x + 6$

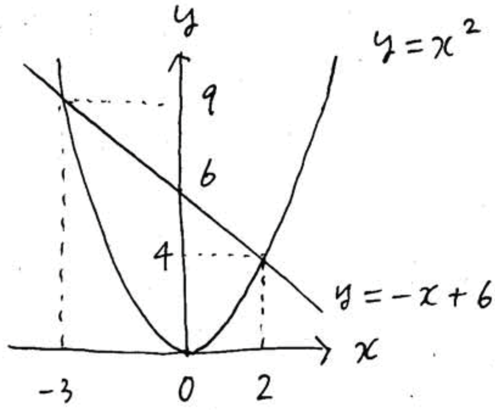
$x^2 + x - 6 = 0$

$(x-2)(x+3) = 0$

$x = 2, -3$

$y = x^2$ より交点は

$(2, 4), (-3, 9)$



(2) 放物線 $y = x^2$，直線 $y = 3x + 10$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 3x + 10 \end{cases}$$

$x^2 = 3x + 10$

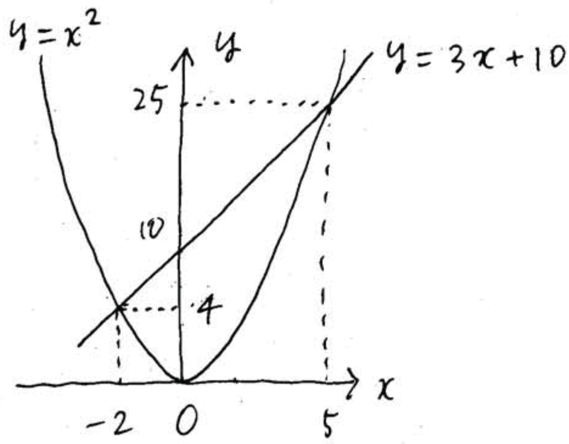
$x^2 - 3x - 10 = 0$

$(x+2)(x-5) = 0$

$x = -2, 5$

$y = x^2$ より交点は

$(-2, 4), (5, 25)$



⚠ 描きにくければ y 軸方向にいくらか縮小したと解釈して描けばOK.

(3) 放物線 $y = x^2$，直線 $y = -2x - 1$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$$

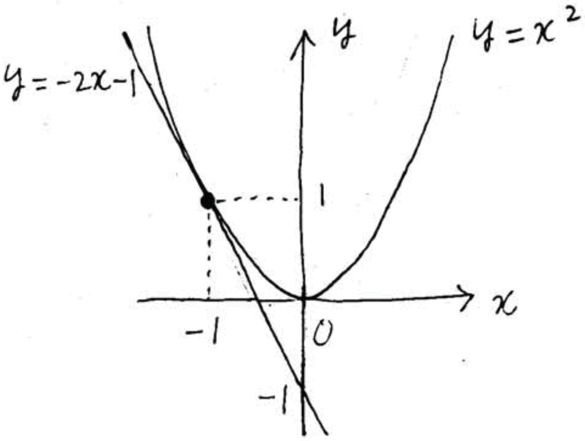
$x^2 = -2x - 1$

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$(x+1)^2 = 0$

$x = -1$

$y = x^2$ より交点は $(-1, 1)$



⚠ 放物線と直線の共有点がただ1つのとき，「交わる」「交点」ではなく「接する」「接点」と表現します.